UNIVERSIDADE DE ÉVORA

Provas de Qualificação Específica para Acesso ao Ensino Superior

Cotação

Grupo I

— — — — — —

Grupo II

— — — — — —

Total:

Prova Modelo de Matemática A

Nome : ____

Instruções :

1. Preencha corretamente o seu nome.
2. O único material permitido é o de escrita e calculadora.
3. O teste tem duração de 120 minutos.
4. As perguntas de escolha múltipla têm quatro respostas alternativas, das quais apenas uma está correta. Se assinalar mais do que uma resposta a questão terá cotação zero.
5. Excepto nas perguntas de escolha múltipla, justifique convenientemente as suas respostas. Em particular, apresente na folha de teste todas as fórmulas que utilizar e todos os cálculos que efetuar.

Nome : ____

Cotações

Grupo I

1.

2.

3.

4.

5.

6.a)

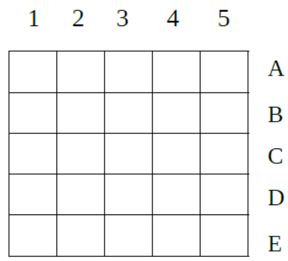
6.b)

_ _ _ _ _ _

Subtotal:

Grupo I

1. Na figura abaixo, encontra-se um tabuleiro quadrado dividido em 25 quadrados iguais. A Maria tem 15 marcas, 11 vermelhas e 4 brancas que só se distinguem pela cor, para colocar no tabuleiro, não mais do que uma em cada quadrado.



De quantas maneiras diferentes pode a Maria colocar as 25 marcas no tabuleiro?

☐ (a) ${}^{25}A_{15}$ ☐ (b) ${}^{25}C_{15} \times {}^{10}C_4$ ☐ (c) ${}^{25}A_{15} \times {}^{10}A_4$ ☐ (d) ${}^{25}C_{15}$

2. Considere um espaço de resultados finito, Ω, associado a uma certa experiência aleatória. A propósito de dois acontecimentos X e Y, tais que $X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$, sabe-se que:

$P(X) = 0,30$, $P(Y) = 0,15$ e que X e Y são independentes.

A probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a:

☐ (a) $0,595$ ☐ (b) $0,55$ ☐ (c) 1 ☐ (d) $1,55$

3. Seja $a \in \mathbb{R}$. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	-1	0	1
$P(X = x_i)$	a	$3a$	$1 - 2a$

Sabendo que $P(X = -1 \vee X = 0) = 0,64$, vem que a média desta variável aleatória é:

☐ (a) $0,16$ ☐ (b) $0,84$ ☐ (c) 0 ☐ (d) $0,52$

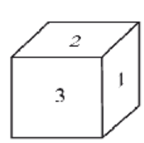
4. Sejam X e Y duas variáveis aleatórias que representam a humidade relativa do ar (em %) registada, durante o mês de Julho, pelas estações meteorologicas existentes, respetivamente, nas cidades A e B.

De acordo com os dados recolhidos, sabe-se que $X \sim N(58; 8)$ e $Y \sim N(82; 8)$. Diga qual das seguintes afirmações está correta:

☐ (a) $P(X > 56) < P(Y < 84)$ ☐ (b) $P(X > 56) > P(Y < 84)$

☐ (c) $P(X < 56) < P(Y > 84)$ ☐ (d) $P(X > 56) = P(Y < 84)$

5. Na figura seguinte, encontra-se um dado com as faces numeradas de 1 a 3, em que faces opostas têm o mesmo número.



Lança-se o dado uma única vez e observa-se qual o número da face voltada para cima. Considere os acontecimentos:

A: "sair um número ímpar"

B: "sair um número maior do que 1"

Sabe-se que: $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) - P(A \cap B) = \dfrac{5}{9}$ e $P(B|A) = \dfrac{2}{7}$.

A probabilidade de sair o número 1 é:

☐ (a) $\dfrac{7}{9}$ ☐ (b) $\dfrac{5}{9}$ ☐ (c) $\dfrac{4}{9}$ ☐ (d) $\dfrac{2}{9}$

6. Em Lisboa, foram realizados estudos com o objectivo de determinar a concentração de monóxido de carbono (CO), em partes por milhão (*p.p.m.*), perto de vias rápidas.

(a) Esses estudos revelaram que o nível de concentração de CO perto das vias rápidas segue uma distribuição normal, com média 110 *ppm* e desvio padrão 10 *ppm*. Por outro lado, o estudo refere que o nível de concentração deste poluente não deve exceder o valor de equilíbrio aceitável de 90 *ppm*. Calcule a probabilidade de, num certo dia em Lisboa, o nível de concentração de CO perto de vias rápidas exceder esse valor.

(b) Considere agora que se escolheram, ao acaso, os dados relativos à concentração de CO perto de vias rápidas correspondentes a quinze dias.

Determine a probabilidade de, no mínimo, em 3 desses dias o nível de concentração de CO perto das vias rápidas exceder o valor de equilíbrio aceitável.

Nota: caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere que a probabilidade de, num certo dia, o nível de concentração de CO perto de vias rápidas exceder o valor de equilíbrio aceitável é 0,9973.

Nome : ____________________ Cotações

Grupo II

Grupo II

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.a)

7.b)

7.c)

8.a)

8.b)

_ _ _ _ _ _

Subtotal:

1. Seja $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = \log_4 (16 \sqrt[3]{x})$.
   Indique qual das expressões seguintes é igual a $f(x)$:

   ☐ $16 \log_4 x$ ☐ $2 \log_4 \sqrt[3]{x}$ ☐ $\dfrac{6 + \log_4 x}{3}$ ☐ $\dfrac{2 + \log_4 x}{3}$

2. Seja $S = \{x \in \mathbb{R} : \ln(e^{-x} - e) \leq 0\}$. Então:

   ☐ $S =]-\ln(1+e), -1[$ ☐ $S = [-\ln(1+e), -1[$

   ☐ $S =]-\infty, -\ln(1+e)]$ ☐ $S = [-\ln(1+e), +\infty[$

3. Considere a sucessão u_n definida por $u_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n$.
   Seja $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ uma função contínua. Sabe-se que $\lim\limits_{n\to\infty} f(u_n) = 0$.
   Qual das seguintes expressões pode definir a função f?

   ☐ $1 - \ln x$ ☐ $1 + \ln x$ ☐ $x - \ln x$ ☐ $x + \ln x$

4. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} k + \dfrac{1 - e^{x-1}}{x - 1} & \text{se } x < 1 \\ -x + \ln x & \text{se } x \geq 1\,. \end{cases}$$

   Sabe-se que f é contínua no seu domínio. Qual é o valor de k?

   ☐ e ☐ 1 ☐ 0 ☐ -1

5. Seja f a função definida em $\mathbb{R}$ por $f(x) = x^5 - x + 1$. O Teorema de Bolzano permite concluir que a equação $f(x) = 8$ tem pelo menos uma solução no intervalo

   ☐ $]-1, 0[$ ☐ $]0, 1[$ ☐ $]1, 2[$ ☐ $]2, 3[$

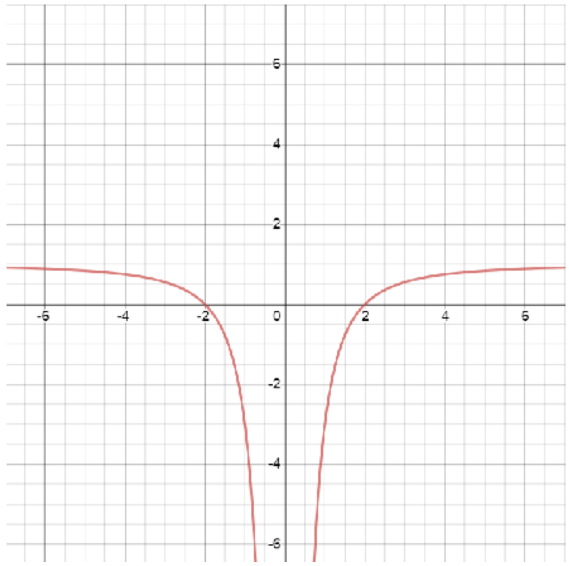
6. Seja f uma função definida em $\mathbb{R}$. Sabe-se que:
   - $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - 2x) = 1$
   - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 3$
   - $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$
   - $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 2$.

   Em qual das opções seguintes as duas expressões definem assíntotas do gráfico da função f?

   ☐ $x = 1$ e $y = -2x + 1$ ☐ $x = 1$ e $y = 2x + 1$

   ☐ $y = 3$ e $y = -2x + 1$ ☐ $y = 2$ e $y = 2x + 1$

7. Considere a figura seguinte onde está representado o gráfico da derivada de uma certa função f, isto é, o gráfico de $f\,'$.



Sabemos que:

- $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$;
- $f\,' : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$;
- $f\,'(-2) = f\,'(2) = 0$;
- $f\,'$ não tem extremos relativos.

Indique, **justificando convenientemente as suas respostas**:

(a) o subconjunto de $\mathbb{R}$ onde a função f é contínua;

(b) os intervalos de monotonia e os extremos relativos, caso existam, da função f;

(c) o sentido das concavidades e os pontos de inflexão, caso existam, do gráfico de f.

8. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável em todos os pontos de $\mathbb{R}$ e verificando:

- $f(x) > 0, \;\; \forall\, x \in \mathbb{R}$;
- $f(1) = f'(1) = e$.

Seja $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $h(x) = \dfrac{\ln[f(x)]}{x^2+1}$.

(a) Calcule $h'(1)$.

(b) Determine uma equação da reta tangente ao gráfico de h no ponto de abcissa 1.