UNIVERSIDADE DE ÉVORA

Acesso ao Ensino Superior dos Maiores de 23

Prova Específica de Matemática A

2021

Cotação

Grupo I

_ _ _ _ _ _

Grupo II

_ _ _ _ _ _

Total:

Nome : ____

Instruções :

1. Preencha correctamente o seu nome.
2. O único material permitido é o de escrita e calculadora.
3. O teste tem duração de 120 minutos.
4. As perguntas de escolha múltipla têm quatro respostas alternativas, das quais apenas uma está correcta. Se assinalar mais do que uma resposta a questão terá cotação zero.
5. Excepto nas perguntas de escolha múltipla, justifique convenientemente as suas respostas. Em particular, apresente na folha de teste todas as fórmulas que utilizar e todos os cálculos que efectuar.

Nome : ____________________

Cotações

Grupo I

1.

2.

3.

4.

5.

6.a)

6.b)

_ _ _ _ _ _

Subtotal:

Grupo I

1. Considere todos os números de cinco algarismos que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5. De entre estes números quantos têm, exactamente, três algarismos 1?

☐ ${}^5A_3 \times {}^4C_2$ ☐ ${}^5A_3 \times 4^2$ ☐ ${}^5C_3 \times 4^2$ ☐ $C_3 \times {}^4A_2$

2. Um saco contém cinco fichas numeradas de 1 a 5. O Tiago retira sucessivamente, ao acaso, as cinco fichas do saco e alinha-as, da esquerda para a direita, pela sua ordem de saída, de maneira a formar um número de cinco algarismos.

   Qual é a probabilidade de esse número ser par e de ter o algarismo das dezenas também par?

☐ $\dfrac{{}^5C_2}{{}^5A_2}$ ☐ $\dfrac{{}^5C_2}{5\,!}$ ☐ $\dfrac{2 \times 3\,!}{{}^5A_2}$ ☐ $\dfrac{2 \times 3\,!}{5\,!}$

3. Seja $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{a}$	$\frac{4}{a}$	$\frac{5}{a}$	$\frac{2}{a}$

   Qual é a média desta variável aleatória?

☐ $\dfrac{3}{2}$ ☐ 1 ☐ $\dfrac{9}{7}$ ☐ $\dfrac{10}{7}$

4. Um saco contém um certo número de cartões. Em cada cartão está escrito um número natural.

   Tira-se, ao acaso, um cartão do saco.

   Considere os acontecimentos:

   A: "o cartão extraído tem número par"

   B: "o cartão extraído tem número múltiplo de 5"

   C: "o cartão extraído tem número múltiplo de 10"

   Sabe-se que: $P(C) = \dfrac{4}{7}$ e $P(B|A) = \dfrac{18}{21}$.

   Qual é o valor de $P(A)$?

☐ $\dfrac{1}{3}$ ☐ $\dfrac{2}{3}$ ☐ $\dfrac{1}{2}$ ☐ $\dfrac{3}{2}$

5. Considere que X é a variável aleatória que representa a humidade atmosférica numa determinada cidade durante o verão.

   Sabendo que X segue uma distribuição normal e que $P(X > 70)$ é inferior a $P(X < 60)$, diga qual dos seguintes valores pode representar a média da variável aleatória X?

☐ 62 ☐ 65 ☐ 68 ☐ 71

6. Considere um espaço de resultados finito, Ω, associado a uma certa experiência aleatória. Dados dois acontecimentos X e Y ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$), sabe-se que:

i) $P(X) = a$,

ii) $P(Y) = b$,

iii) X e Y são acontecimentos independentes.

(a) Mostre que a probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a

$$1 - a - b + a \times b.$$

(b) Num frigorífico há um certo número de iogurtes e um certo número de sumos. Tiram-se do frigorífico, ao acaso, um iogurte e um sumo.

Sabe-se que a probabilidade do iogurte ser de pêssego é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade do sumo ser de laranja é $\frac{1}{3}$. Admita que os acontecimentos "tirar um iogurte de pêssego" e "tirar um sumo de laranja" são independentes.

Utilizando a expressão mencionada na alínea (a), determine a probabilidade de, ao tirar, ao acaso, um iogurte e um sumo do frigorífico, o iogurte não ser de pêssego e o sumo não ser de laranja. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Nome : ____

Cotações

Grupo II

1.

2.

3.a)

3.b)

4.a)

4.b)

4.c)

4.d)

4.e)

4.f)

4.g)

4.h)

– – – – – –

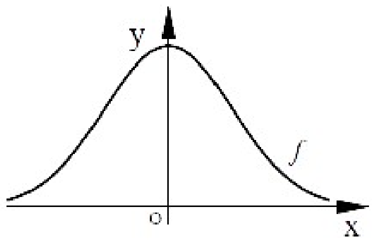
Subtotal:

Grupo II

1. O conjunto solução da equação
$$\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) = 0$$
é:

☐ $\{\ \}$ ☐ $\{-2, 2\}$ ☐ $\{2\}$ ☐ $\{e^2\}$

2. Na figura abaixo está parte da representação gráfica de uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, par e positiva, da qual a recta de equação $y = 0$ é assimptota.



Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{f(x)}$?

☐ 0 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$ ☐ 1

3. Considere a função real de variável real f definida por
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + k & \text{se } x \leq 3, \\ \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{3}{2} & \text{se } x > 3\,. \end{cases}$$

(*a*) Sabe-se que f é contínua no seu domínio. Qual é o valor de k ?

☐ 2 ☐ $\dfrac{3}{2}$ ☐ 1 ☐ -1

(*b*) O Teorema de Bolzano permite concluir a existência de pelo menos um zero da função f no intervalo $[2, 5]$? Justifique a sua resposta.

4. Considere a função real de variável real definida por

$$f\left(x\right)=\frac{2}{\left(x-2\right)^{2}}\,.$$

Determine, justificando convenientemente todas as respostas:

(a) o domínio de f;

(b) os pontos de intersecção, caso existam, do gráfico de f com os eixos;

(c) os intervalos de monotonia;

(d) os extremos relativos, caso existam ;

(e) o sentido da concavidade do gráfico.

(f) O gráfico da função f admite uma assimptota vertical que é a recta de equação:

☐ $x = 2$ ☐ $y = 2$ ☐ $x = 0$ ☐ $y = 0$

(g) O gráfico da função f admite uma assimptota horizontal que é a recta de equação:

☐ $x = 2$ ☐ $y = 2$ ☐ $x = 0$ ☐ $y = 0$

(h) Relativamente a assimptotas oblíquas (não horizontais), o gráfico de f

☐ não admite nenhuma.
☐ admite apenas uma, e tem declive negativo.
☐ admite apenas uma, e tem declive positivo.
☐ admite duas.
☐ nenhuma das opções anteriores.