UNIVERSIDADE DE ÉVORA

Acesso ao Ensino Superior dos Maiores de 23

Prova Específica de Matemática B

2021

Cotação
Grupo I
______
Grupo II
______
Total:

Nome : ____

Instruções :

1. Preencha corretamente o seu nome.

2. O único material permitido é o de escrita e a calculadora.

3. O teste tem a duração de 120 minutos.

4. As perguntas de escolha múltipla têm quatro respostas alternativas, das quais apenas uma está correta. Se assinalar mais do que uma resposta a questão terá cotação zero.

5. Excepto nas perguntas de escolha múltipla, justifique convenientemente as suas respostas. Em particular, apresente na folha de teste todas as fórmulas que utilizar e todos os cálculos que efetuar.

Nome : ____ Cotações

Grupo I

1.

2.

3.

4.

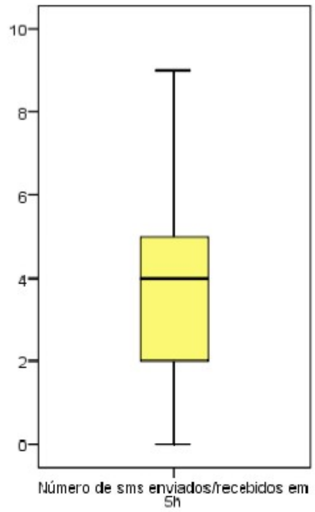
5.1.

5.2.

Subtotal:

Grupo I

1. Realizou-se um estudo para avaliar quantas vezes, durante uma tarde de estudo (5 horas), os alunos enviam e/ou recebem mensagens sms. Para o efeito recolheu-se uma amostra aleatória de 72 alunos. Na figura abaixo, encontra-se um diagrama de extremos e quartis elaborado a partir dos dados recolhidos.



Quantos alunos receberam/enviaram, no máximo, 5 sms durante uma tarde de estudo?

☐ (a) 9 ☐ (b) 18 ☐ (c) 36 ☐ (d) 54

2. Seja Z a variável aleatória que representa o número de vendas diárias de computadores portáteis numa determinada loja de informática. De acordo com os dados recolhidos pelo departamento de contabilidade, a tabela de distribuição de probabilidades da variável Z é:

z_i	0	1	2	3	4
$P(Z = z_i)$	$0,05$	$0,20$	a	b	$0,15$

onde a e b são números reais. Sabe-se que a probabilidade de se venderem, no mínimo, 3 computadores portáteis, por dia, é 0,65.

Qual o número médio de computadores portáteis vendidos diariamente pela loja de informática?

☐ (a) $1,1$ ☐ (b) $2,1$ ☐ (c) $2,5$ ☐ (d) 1

3. Aos meses mais frios em regiões temperadas localizadas no hemisfério norte, como, por exemplo, em Portugal, correspondem aos meses mais quentes em regiões temperadas de localizadas no hemisfério sul, como, por exemplo, no Brasil. Admita que, no período entre 1980 e 2000, a média mensal das temperaturas máximas, em graus Celsius para o mês de ordem t do ano, registada na cidade portuguesa de Vila Real é dada, aproximadamente, por

$$V(t) = 16,48 + 8,53sen(0,56t - 2,6), \quad \text{com} \quad t \in \{1, 2, \ldots, 12\},$$

enquanto que na cidade brasileira de Curitiba é dada, aproximadamente, por

$$C(t) = 24,37 + 6,25sen(0,48t + 1,45), \quad \text{com} \quad t \in \{1, 2, \ldots, 12\},$$

onde o argumento da função seno nas expressões anteriores está em radianos. A maior diferença, em valor absoluto, entre as médias mensais das temperaturas máximas registadas nas duas cidades no mês de Abril foi:

☐ $(a) \approx -8,342^{\circ}C$ ☐ $(b) \approx -8,311^{\circ}C$ ☐ $(c) \approx 8,342^{\circ}C$ ☐ $(d) \approx 8,311^{\circ}C$

4. Foram efetuados estudos em Lisboa com o objectivo de determinar a concentração de monóxido de carbono (CO), em partes por milhão ($p.p.m.$), perto de vias rápidas. Os estudos revelaram que o nível de concentração de CO perto das vias rápidas segue uma distribuição normal, com uma média de $80\ ppm$ e desvio padrão de $10\ ppm$. O estudo refere que o nível de concentração deste poluente não deverá exceder o equilíbrio aceitável de $90\ ppm$. A probabilidade de, num certo dia em Lisboa, o nível de concentração de CO perto de vias rápidas exceder esse valor é:

☐ $(a)\ \approx 0,68$ ☐ $(b)\ \approx 0,32$ ☐ $(c)\ \approx 0,16$ ☐ $(d)\ \approx 1$

5. Considere-se a empresa GÁS do ALENTEJO que se dedica ao processamento de gás usado para aquecimento.

5.1 Nesta empresa são processadas duas variedades de gás, nomeadamente o GPremium e o GRegular. Em cada semana, a GÁS do ALENTEJO recebe 24 m^3 de gás e dispõe de 45 horas para o processar. Por motivos técnicos, as duas variedades de gás não podem ser processadas em simultâneo.

Sabe-se que a produção de cada tonelada de GPremium requer 3 m^3 de gás, demora 5 horas e gera um lucro de 1400 euros. Por outro lado, a produção de cada tonelada de GRegular requer 2 m^3 de gás, demora 5 horas e gera um lucro de 1100 euros.

Devido a problemas relacionados com o armazenamento, a empresa só pode produzir até 5 toneladas de GRegular.

Designe por x o número de toneladas de GPremium produzidas, semanalmente, e por y o número de toneladas de GRegular produzidas, semanalmente, pela empresa GÁS-ALENTEJO.

Quantas toneladas de GPremium e de GRegular devem ser produzidas, semanalmente, pela empresa GÁS do ALENTEJO, para que o lucro semanal seja máximo?

5.2 Na empresa GÁS do ALENTEJO trabalham o total de 55 funcionários nos departamentos de produção e de distribuição.

Desses 55 funcionários, alguns trabalham apenas no departamento de produção e outros trabalham apenas no departamento de distribuição, mas há funcionários que trabalham em ambos os departamentos.

Sabendo que o número de funcionários que trabalham no departamento de produção é 15 e o número de funcionários que trabalham no departamento de distribuição é o dobro dos anteriores, determine a probabilidade de um funcionário escolhido, ao acaso, trabalhar em ambos os departamentos.

Apresente o resultado em percentagem.

Nome : ____ Cotações

Grupo II

Grupo II

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

\- - - - - -

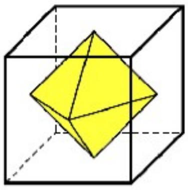
Subtotal:

1. Num referencial o.n. $Oxyz$ considere:
   · a esfera definida pela condição $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$
   · o plano de equação $z = 4$.

   A área da intersecção da esfera com o plano é:

   ☐ (a) π ☐ (b) 3π ☐ (c) 6π ☐ (d) 9π

2. Na figura estão representados um cubo e um octaedro cujos vértices são os centros das faces do cubo.



   Suponha que a aresta do cubo mede $1\,cm$. Qual é o volume do octaedro?

   ☐ (a) $\frac{1}{8}\,cm^3$ ☐ (b) $\frac{1}{6}\,cm^3$ ☐ (c) $\frac{1}{4}\,cm^3$ ☐ (d) $\frac{1}{2}\,cm^3$

3. A equação reduzida da reta que passa pelos pontos $A = (-1, 3)$ e $B = (1, 0)$ é:

   ☐ (a) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ ☐ (b) $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

   ☐ (c) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$ ☐ (d) $y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$

4. O conjunto solução da equação $e^{1-2x} = \sqrt{e}$ é:

   ☐ (a) $\left\{-\frac{3}{4}\right\}$ ☐ (b) $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$ ☐ (c) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ ☐ (d) $\left\{\frac{3}{4}\right\}$

5. O domínio da função f definida por $f(x) = \ln\left(2 - x^2\right)$ é:

   ☐ (a) $\left]-\infty, -\sqrt{2}\right[$ ☐ (b) $\left]\sqrt{2}, +\infty\right[$

   ☐ (c) $\left]-\infty, -\sqrt{2}\right[\cup \left]\sqrt{2}, +\infty\right[$ ☐ (d) $\left]-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right[$

6. O conjunto solução da equação $x\log_{10}(1,25) + 3x\log_{10}(20) = 1$ é:

   ☐ (a) $\left\{-\frac{3}{4}\right\}$ ☐ (b) $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$ ☐ (c) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ ☐ (d) $\left\{\frac{3}{4}\right\}$

7. Determine as abcissas dos pontos onde o gráfico da função $f : \mathbb{R}\setminus\{-1\} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{x^3 + 25x^2}{x+1}$$

interseta a reta de equação $y = 25x$.

8. A Rita espremeu várias laranjas e obteve três litros de sumo de laranja, para um lanche que vai oferecer aos amigos. Para que a quantidade de bebida seja suficiente, a Rita vai juntar água aos três litros de sumo de laranja obtidos. Dado que o sumo de laranja puro, ou seja, acabado de espremer, já contém 92% de água, então, se designarmos por x a quantidade em litros de água que vai ser acrescentada aos três litros de sumo de laranja puro, a percentagem de água existente na bebida que a Rita vai oferecer aos amigos é dada por

$$P(x) = \frac{100x + 276}{x+3}.$$

Determine a quantidade máxima de água que a Rita pode acrescentar aos três litros de sumo de laranja puro, de tal modo que a sua bebida não tenha mais de 97% de água. Apresente o resultado em litros.

9. Quando uma substância radioativa se desintegra, a sua massa, medida em gramas, varia de acordo com uma função do tipo

$$m(t) = a\,e^{b\,t} \quad (t \geq 0)\,,$$

onde:

- a variável t designa o tempo, medido em milénios, decorrido desde um determinado instante inicial;
- a constante real b depende da substância;
- a é a massa da substância no instante inicial;
- e é o número de Neper.

O Carbono-14 é uma substância radioativa utilizada na datação de fósseis em que esteja presente. Relativamente a um certo fóssil, sabe-se que:

- a massa do Carbono-14 nele presente, mil anos após um certo instante inicial, era de $2{,}91\,\mathrm{g}$;
- a massa do Carbono-14 nele presente, dois mil anos após o mesmo instante inicial, era de $2{,}58\,\mathrm{g}$.

Tendo em conta estes dados, determine a massa do Carbono-14 que existia no fóssil no referido instante inicial. Apresente o resultado arredondado às décimas.

10. Mostre que
$$\cos^2(-\alpha) + \sin^2(-\pi - \alpha) = 1.$$

11. Considere a função $f(x) = \sin(3x)$. Escreva as expressões gerais dos maximizantes, dos minimizantes e dos zeros de f.

12. Considere a seguinte sucessão:

$$u_1 = 1, \quad u_2 = 2, \quad u_3 = 4, \ ...$$

Sabendo que a soma dos n primeiros termos desta sucessão é 1023, determine u_n.