

NCE/21/2100165 — Apresentação do pedido - Novo ciclo de estudos

1. Caracterização geral do ciclo de estudos

1.1. Instituição de Ensino Superior:

Universidade De Évora

1.1.a. Outras Instituições de Ensino Superior (em associação) (Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de março, na redacção conferida pelo Decreto-Lei n.º 65/2018, de 16 de agosto, alterado pelo Decreto-Lei n.º 27/2021 de 16 de abril):

1.1.b. Outras Instituições de Ensino Superior (estrangeiras, em associação) (Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de março, na redacção conferida pelo Decreto-Lei n.º 65/2018, de 16 de agosto, alterado pelo Decreto-Lei n.º 27/2021 de 16 de abril):

<sem resposta>

1.1.c. Outras Instituições (em cooperação) (Lei n.º 62/2007, de 10 de setembro ou Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de março, na redacção conferida pelo Decreto-Lei n.º 65/2018, de 16 de agosto):

<sem resposta>

1.2. Unidade orgânica (faculdade, escola, instituto, etc.):

Escola De Ciências E Tecnologias (UE)

1.2.a. Identificação da(s) unidade(s) orgânica(s) da(s) entidade(s) parceira(s) (faculdade, escola, instituto, etc.) (proposta em associação). (Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de março, na redacção conferida pelo Decreto-Lei n.º 65/2018, de 16 de agosto, alterado pelo Decreto-Lei n.º 27/2021 de 16 de abril):

1.2.b. Identificação da(s) unidade(s) orgânica(s) da(s) entidade(s) parceira(s) (faculdade, escola, instituto, etc.) (proposta em associação com IES estrangeiras). (Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de março, na redacção conferida pelo Decreto-Lei n.º 65/2018, de 16 de agosto, alterado pelo Decreto-Lei n.º 27/2021 de 16 de abril):

<sem resposta>

1.2.c. Identificação da(s) unidade(s) orgânica(s) da(s) entidade(s) parceira(s) (faculdade, escola, instituto, empresas, etc.) (proposta em cooperação). (Lei n.º 62/2007, de 10 de setembro ou Decreto-Lei n.º 74/2006, de 24 de março, na redacção conferida pelo Decreto-Lei n.º 65/2018, de 16 de agosto):

<sem resposta>

1.3. Designação do ciclo de estudos:

Matemática

1.3. Study programme:

Mathematics

1.4. Grau:

Mestre

1.5. Área científica predominante do ciclo de estudos:

Matemática

1.5. Main scientific area of the study programme:

Mathematics

1.6.1 Classificação CNAEF – primeira área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos):

461

1.6.2 Classificação CNAEF – segunda área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos), se aplicável:

<sem resposta>

1.6.3 Classificação CNAEF – terceira área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos), se aplicável:

<sem resposta>

1.7. Número de créditos ECTS necessário à obtenção do grau:

120

1.8. Duração do ciclo de estudos (art.º 3 DL n.º 74/2006, com a redação do DL n.º 65/2018):

4 semestres

1.8. Duration of the study programme (article 3, DL no. 74/2006, as written in the DL no. 65/2018):

4 semesters

1.9. Número máximo de admissões proposto:

25

1.10. Condições específicas de ingresso (art.º 3 DL-74/2006, na redação dada pelo DL-65/2018).

Titularidade de licenciatura em Matemática ou áreas afins, incluindo ciências ou engenharias com uma forte componente matemática.

1.10. Specific entry requirements (article 3, DL no. 74/2006, as written in the DL no. 65/2018).

Applicants to the Masters in Mathematics must hold an university first degree in Mathematics or in a scientific area with a strong background in Mathematics.

1.11. Regime de funcionamento.

Outros

1.11.1. Se outro, especifique:

Misto

1.11.1. If other, specify:

Mixed

1.12. Local onde o ciclo de estudos será ministrado:

Universidade de Évora

1.12. Premises where the study programme will be lectured:

University of Évora

1.13. Regulamento de creditação de formação académica e de experiência profissional, publicado em Diário da República (PDF, máx. 500kB):

[1.13._Regul-Credit_novo.pdf](#)

1.14. Observações:

Os mestrados em Matemática com uma forte componente teórica oferecidos pelo Departamento de Matemática da Universidade de Évora têm uma longa tradição. O primeiro Mestrado em Matemática Aplicada foi criado em 1997, que no ano 2004 foi substituído pelo Mestrado em Matemática e Aplicações. Nos anos 2007 e 2016 o curso foi acreditado pela A3ES. Nos anos 2016-2018 o curso do Mestrado em Matemática e Aplicações funcionou com sucesso em São Tomé e Príncipe num regime misto com deslocações. Neste momento, o DMat oferece apenas um Mestrado em Modelação Estatística e Análise de Dados (MMEAD), que é orientado para as aplicações e dirigido a um público alvo vindo de outras áreas disciplinares que não necessariamente da Matemática.

A não existência dum 2.º ciclo em Matemática prejudica seriamente a captação de alunos que desejem prosseguir estudos doutorais e vincular-se ao Centro de Investigação em Matemática e Aplicações (CIMA). A FCT permite a contratação para as bolsas de investigação apenas dos alunos dos ciclos de estudo em funcionamento. A maior parte dos alunos do Programa de Doutoramento em Matemática, são candidatos de outros mestrados em Matemática de Portugal e do estrangeiro. Alunos provenientes do MMEAD são sempre num número bastante reduzido.

A presente proposta pretende também ir ao encontro de remediar esta grande falta fazendo a conexão entre o 1.º e o 3.º ciclo em Matemática existentes no UÉ. Com este mestrado pretende-se, por analogia com o Programa de Doutoramento em Matemática, organizar as aulas num regime misto de ensino, que permitirá atrair os estudantes

dos países de PALOP. Os colegas do Departamento de Matemática da Universidade de Extremadura (Espanha) manifestaram também grande interesse em criar sinergias para organizar a interação dos cursos do mestrado em Matemática das nossas duas universidades.

1.14. Observations:

Masters in Mathematics with a strong theoretical component offered by the Department of Mathematics of the University of Évora have a long tradition. The first Master's Degree in Applied Mathematics was created in 1997, which in 2004 was replaced by the Master's Degree in Mathematics and Applications. In 2007 and 2016 the course was accredited by A3ES. In the years 2016-2018 the Master's course in Mathematics and Applications was lectured successfully in São Tomé and Príncipe in a mixed regime with professors' displacement to the Islands. At the moment, the DMat only offers a Master's Degree in Statistical Modeling and Data Analysis (MMEAD), which is application-oriented and aimed at a target audience from other disciplines that not necessarily Mathematics. The non-existence of a 2nd cycle in Mathematics seriously hinders the attraction of students who wish to pursue doctoral studies and join the Center for Research in Mathematics and Applications (CIMA). The FCT allows for research grants to be contracted only for students in the current study cycles. Most students in the Doctoral Program in Mathematics are candidates from other Masters in Mathematics in Portugal and from abroad. Students from MMEAD are always in a very small number.

This proposal also intends to address this huge gap by making the connection between the 1st and 3rd cycles in Mathematics existing in the UÉ. With this master's degree, it is intended, by analogy with the Doctoral Program in Mathematics, to organize classes in a mixed teaching regime, which will allow to attract students from PALOP countries. Colleagues from the Department of Mathematics at the University of Extremadura (Spain) also expressed great interest in creating synergies to organize the interaction of the Masters in Mathematics courses from our two universities.

2. Formalização do Pedido

Mapa I - Senado da Universidade de Évora

2.1.1. Órgão ouvido:

Senado da Universidade de Évora

2.1.2. Cópia de ata (ou extrato de ata) ou deliberação deste órgão assinada e datada (PDF, máx. 100kB):

[2.1.2._Extrato Ata_SC-Senado_2Ciclo Matematica.pdf](#)

Mapa I - Conselho Científico da Escola de Ciências e Tecnologia

2.1.1. Órgão ouvido:

Conselho Científico da Escola de Ciências e Tecnologia

2.1.2. Cópia de ata (ou extrato de ata) ou deliberação deste órgão assinada e datada (PDF, máx. 100kB):

[2.1.2._Extrato da Ata 05E_CC_ECT_2021_Mestrado em Matemática.pdf](#)

Mapa I - Conselho Pedagógico da Escola de Ciências e Tecnologia

2.1.1. Órgão ouvido:

Conselho Pedagógico da Escola de Ciências e Tecnologia

2.1.2. Cópia de ata (ou extrato de ata) ou deliberação deste órgão assinada e datada (PDF, máx. 100kB):

[2.1.2._Extrato de Ata_5-2021_CP_ECT_Mestrado em Matemática.pdf](#)

3. Âmbito e objetivos do ciclo de estudos. Adequação ao projeto educativo, científico e cultural da instituição

3.1. Objetivos gerais definidos para o ciclo de estudos:

A Matemática é uma ciência fundamental com aplicações em todas as áreas do conhecimento. Existe uma alta empregabilidade de profissionais em Matemática. A formação de profissionais em Matemática é essencial para uma sociedade mais desenvolvida e é o pilar de qualquer Universidade que aposte nas ciências exatas. Assim, o Mestrado em Matemática tem como principal objetivo fornecer uma sólida formação nas áreas fundamentais da Matemática e as suas aplicações. Os alunos que tenham esta formação, terão capacidade de enfrentar os desafios e uma boa preparação na resolução de problemas que requeiram abstração e competências quantitativas. O estudante terá também a possibilidade de se iniciar na investigação científica, aprofundando os conhecimentos num tópico específico de matemática, sob orientação de docentes e investigadores do Departamento de Matemática e do Centro de Investigação em Matemática e de Aplicações, que colaboram com outros colegas no

âmbito nacional e internacional.

3.1. The study programme's generic objectives:

Mathematics is a fundamental science with applications in all areas of knowledge. There is a high employability of professionals in Mathematics. The training of professionals in Mathematics is essential for a more developed society and is the pillar of any University that invests in exact sciences. Thus, the Master in Mathematics has as its main objective to provide a solid training in the fundamental areas of Mathematics and its applications. Students who have this training will have the ability to face challenges and a good preparation in solving problems that require abstraction and quantitative skills. The student will also have the opportunity to start scientific research, deepening knowledge in a specific topic of mathematics, under the guidance of professors and researchers from the Department of Mathematics and the Center for Research in Mathematics and Applications, who collaborate with other colleagues at national and international level.

3.2. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências) a desenvolver pelos estudantes:

*-Desenvolver competências para compreender e utilizar linguagem matemática, conhecendo as demonstrações rigorosas de alguns teoremas clássicos das diferentes áreas da matemática e desenvolvendo a capacidade de resolução de problemas matemáticos através de conhecimentos de cálculo.
-Explorar o potencial dos métodos matemáticos, sabendo interpretar resultados e chegar a conclusões relevantes na tomada de decisões.
-Desenvolver capacidades para representar, modelar e analisar quantitativamente fenómenos, conceitos ou estruturas.
-Desenvolver as capacidades analíticas e de abstração, a intuição e o pensamento lógico rigoroso, de forma a que os estudantes se adaptem às exigências do mercado de trabalho e aos diferentes perfis pretendidos pelas entidades empregadoras.
-Formar profissionais em Matemática que lhes permita a admissão a programas de doutoramento e que tenham capacidade para apoiar à investigação científica e a tecnologias interdisciplinares.*

3.2. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences) to be developed by the students:

*-To understand and use mathematical language, knowing the rigorous proofs of some classical theorems from different areas of Mathematics and developing the ability to solve mathematical problems through quantitative knowledge.
-To explore the potential of mathematical methods, knowing how to interpret results and reach relevant conclusions in decision making.
-To represent, model and quantitatively analyze phenomena, concepts or structures.
-To develop analytical and abstraction skills, intuition and rigorous logical thinking, so that students adapt to the demands of the job market and the different profiles desired by employers.
-To train professionals in Mathematics that will allow them to be admitted to doctoral programs and who have the capacity to support scientific research and interdisciplinary technologies.*

3.3. Inserção do ciclo de estudos na estratégia institucional de oferta formativa, face à missão institucional e, designadamente, ao projeto educativo, científico e cultural da instituição:

A matemática é uma área estruturante para o desenvolvimento científico, tecnológico, económico e social do país e da região do Alentejo, tendo o Departamento de Matemática uma longa tradição na formação de alunos nas distintas áreas da matemática. Enquadra-se na missão da instituição fomentar a formação fundamental nas áreas das ciências exatas, sendo essa também uma posição expressa pela A3ES quando visitou a Universidade de Évora para avaliar os cursos de Doutoramento em Matemática e do primeiro ciclo em Matemática Aplicada à Economia e Gestão. Não existindo de momento um segundo ciclo em Matemática na Universidade de Évora, este facto representa uma séria falha na fileira de formação matemática institucional, faltando a ponte entre um 1.º e um 3.º ciclo de estudos. Adicionalmente, sendo a Matemática uma disciplina científica de carácter transversal e de grande relevância para todas as disciplinas do saber, torna-se indispensável para fortalecer quaisquer que sejam as áreas âncora de aposta institucional. De facto, a matemática tem uma procura elevada a nível nacional pela sua relevância para o desenvolvimento do país. Seria incompreensível para a região do Alentejo ter uma universidade que não forme matemáticos, suprimindo desta forma lacunas no desenvolvimento da região, em termos tecnológicos, científicos e pedagógicos nos vários níveis de ensino. Essa ausência impediria a nossa afirmação como universidade de referência a nível nacional e internacional nas várias especialidades da matemática. Na UÉ existe um Centro de Investigação em Matemática e Aplicação (CIMA) que foi avaliado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia e obteve a classificação de Muito Bom. A existência de um 1.º, 2.º e 3.º ciclos em Matemática na oferta formativa da ECT será um vetor importante em futuras avaliações do CIMA, pois permitirá de forma natural recrutar alunos formados pela UÉ para o seu doutoramento em Matemática. Finalmente, o programa de mestrado em Matemática na Universidade de Évora, fortalecerá a projeção social que a instituição sempre tem promulgado no envolvimento de alunos e docentes nos projetos de extensão universitária aliados à investigação fundamental e aplicada da Matemática.

3.3. Insertion of the study programme in the institutional educational offer strategy, in light of the mission of the institution and its educational, scientific and cultural project:

Mathematics is a structuring area for the scientific, technological, economic and social development of the country, particularly for the Alentejo region. The Department of Mathematics at the University of Évora has a long tradition in training students in different areas of Mathematics. It is part of the institution's mission to promote fundamental training in the areas of Exact Sciences, as expressed by A3ES when visiting the University of Évora to evaluate the

PhD program in Mathematics and the undergraduate program in Mathematics Applied to Economics and Management. As there is no currently a second cycle in Mathematics at the University of Évora, this fact represents a serious failure in the line of institutional Mathematics training, lacking the bridge between a 1st and a 3rd cycle of studies. Additionally, as Mathematics is a scientific discipline with a transversal character and of great relevance to all disciplines of knowledge, it is essential to strengthen whatever the anchor areas of institutional investment may be. In fact, Mathematics is in high demand at the national level due to its relevance for the country's development. It would be incomprehensible for the Alentejo region to have a University that does not train mathematicians, thus eliminating gaps in the region's development, in technological, scientific and pedagogical terms at the various levels of education. This absence would prevent our affirmation as a University of reference at national and international level in the various specialties of Mathematics. At the University of Évora there is a Research Center in Mathematics and Application (CIMA) which was evaluated by the Foundation for Science and Technology and obtained the classification of Very Good. Having the full 3 study cycles (undergraduate, master and phd) would be important for future CIMA evaluations, as it will naturally allow the recruitment of graduate students for the PhD program in Mathematics. Finally, the Master's program in Mathematics at the University of Évora will strengthen the social projection that the institution has always promulgated with the involvement of students and faculty in university extension projects combined with fundamental and applied research in Mathematics.

4. Desenvolvimento curricular

4.1. Ramos, variantes, áreas de especialização, especialidades ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (a preencher apenas quando aplicável)

4.1. Ramos, variantes, áreas de especialização, especialidades ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (a preencher apenas quando aplicável) * / Branches, variants, specialization areas, specialties or other forms of organization (if applicable)*

Ramos, variantes, áreas de especialização, especialidades ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura *

Branches, variants, specialization areas, specialties or other forms of organization

<sem resposta>

4.2. Estrutura curricular (a repetir para cada um dos percursos alternativos)

Mapa II - Não aplicável

4.2.1. Ramos, variantes, áreas de especialização, especialidades ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (a preencher apenas quando aplicável)*:

Não aplicável

4.2.1. Branches, variants, specialization areas, specialties or other forms of organization (if applicable)*

Not applicable

4.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits necessary for awarding the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos optativos** / Minimum Optional ECTS**	Observações / Observations
Matemática / Mathematics	MAT	60	48	
Qualquer área científica existente na UÉvora / Any scientific area existing in UÉvora		0	12	
(2 Items)		60	60	

4.3 Plano de estudos

Mapa III - Não aplicável - 1.º ano, 1.º semestre / 1st year, 1st semester

4.3.1. Ramos, variantes, áreas de especialização, especialidades ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (a preencher apenas quando aplicável)*:

Não aplicável**4.3.1. Branches, variants, specialization areas, specialties or other forms of organization (if applicable)*****Not applicable****4.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:****1.º ano, 1.º semestre / 1st year, 1st semester****4.3.3 Plano de Estudos / Study plan**

Unidade Curricular / Curricular Unit	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Opcional	Observações / Observations
Optativa-I / Optional-I	MAT	Semestral	156	O--;	6	1	Uma unidade curricular entre as constantes no Quadro 1.
Optativa-II / Optional-II	MAT	Semestral	156	O--;	6	1	Uma unidade curricular entre as constantes no Quadro 1.
Optativa-III / Optional-III	MAT	Semestral	156	O--;	6	1	Uma unidade curricular entre as constantes no Quadro 1.
Optativa-IV / Optional-IV	MAT	Semestral	156	O--;	6	1	Uma unidade curricular entre as constantes no Quadro 1.
Optativa-V / Optional-V	MAT	Semestral	156	O--;	6	1	Uma unidade curricular entre as constantes no Quadro 1.
(5 Items)							

Mapa III - Não aplicável - 1.º ano, 2.º semestre / 1st year, 2nd semester**4.3.1. Ramos, variantes, áreas de especialização, especialidades ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (a preencher apenas quando aplicável)*:****Não aplicável****4.3.1. Branches, variants, specialization areas, specialties or other forms of organization (if applicable)*****Not applicable****4.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:****1.º ano, 2.º semestre / 1st year, 2nd semester****4.3.3 Plano de Estudos / Study plan**

Unidade Curricular / Curricular Unit	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Opcional	Observações / Observations
Seminário em Matemática I / Mathematics Seminar I	MAT	Semestral	156	T-10; OT-20;	6		Obrigatória/ Compulsary
Optativa-VI / Optional-VI	MAT	Semestral	156	O--;	6	1	Uma unidade curricular entre as constantes no Quadro 1.
Optativa-VII / Optional-VII	MAT	Semestral	156	O--;	6	1	Uma unidade curricular entre as constantes no Quadro 1.
Optativa-VIII / Optional-VIII	MAT	Semestral	156	O--;	6	1	Uma unidade curricular entre as constantes no Quadro 1.
Optativa livre-I / Free optional-I	Várias	Semestral	156	O--;	6	1	Uma UC do Quadro 1 ou a UC de qualquer Mestrado da UÉ (sujeita a aprovação da Comissão de curso).
(5 Items)							

Mapa III - Não aplicável - 2.º ano, 3.º e 4.º semestres / 2nd year, 3rd and 4th semesters

4.3.1. Ramos, variantes, áreas de especialização, especialidades ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (a preencher apenas quando aplicável)*:

Não aplicável

4.3.1. Branches, variants, specialization areas, specialties or other forms of organization (if applicable)*

Not applicable

4.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

2.º ano, 3.º e 4.º semestres / 2nd year, 3rd and 4th semesters

4.3.3 Plano de Estudos / Study plan

Unidade Curricular / Curricular Unit	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Opcional	Observações / Observations
Seminário em Matemática II / Mathematics Seminar II	MAT	Semestral	156	T-10; O-20;	6		3.º Semestre Obrigatória/ Compulsary
Optativa livre-II / Free optional-II	Várias	Semestral	156	O--;	6	1	Uma UC do Quadro 1 ou a UC de qualquer Mestrado da UÉ (sujeita a aprovação da Comissão de curso).
Seminário em Matemática III / Mathematics Seminar III	MAT	Semestral	78	OT-12;	3		4.º Semestre Obrigatória/ Compulsary
Dissertação / Dissertation	MAT	Anual	1170	OT-45;	45		Obrigatória/ Compulsary
(4 Items)							

Mapa III - Não aplicável - Quadro 1 - UC optativas Matemática / Table 1 - Elective CU Mathematics

4.3.1. Ramos, variantes, áreas de especialização, especialidades ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (a preencher apenas quando aplicável)*:

Não aplicável

4.3.1. Branches, variants, specialization areas, specialties or other forms of organization (if applicable)*

Not applicable

4.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

Quadro 1 - UC optativas Matemática / Table 1 - Elective CU Mathematics

4.3.3 Plano de Estudos / Study plan

Unidade Curricular / Curricular Unit	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Opcional	Observações / Observations
Álgebra Comutativa / Commutative Algebra	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1	
Amostragem e Sondagens / Survey Sampling	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1	
Análise de Dados Categóricos / Categorical Data Analysis	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1	
Complementos de Análise Numérica / Numerical Analysis Complements	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1	
Delineamento Experimental / Experimental Design	MAT	Semestral	156	TP-30; PL-26;	6	1	

Elementos de Criptografia / Elements of Cryptography	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Estatística Computacional / Computational Statistics	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-5;	6	1
Estatística de Dados Multivariados / Multivariate Data Analysis	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-7;	6	1
Geometria Riemanniana / Riemannian Geometry	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Grupos e Representações / Groups and Representations	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Inferência Estatística / Statistical Inference	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-5;	6	1
Introdução à Geometria Algébrica / Introduction to Algebraic Geometry	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Introdução aos Semigrupos / Introduction to Semigroups	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Lógica Matemática / Mathematical Logic	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais / Qualitative Methods in Differential Equations	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Operadores Compactos e Equações Integrais / Compact Operators and Integral Equations	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Otimização Funcional / Functional Optimization	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Otimização Numérica / Numerical Optimization	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Processos Estocásticos e Aplicações / Stochastic Processes and Applications	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Séries Temporais / Time Series	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Sistemas Dinâmicos / Dynamical Systems	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias / Theory of Ordinary Differential Equations	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Teoria de Equações Diferenciais Parciais / Theory of Partial Differential Equations	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Cálculo Matricial / Matrix Computations	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1
Tópicos de Análise Funcional / Topics of Functional Analysis	MAT	Semestral	156	TP-45; OT-4;	6	1

(25 Items)

4.4. Unidades Curriculares

Mapa IV - Álgebra Comutativa

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Álgebra Comutativa

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Commutative Algebra

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Pedro Correia Gonçalves Macias Marques (TP:15, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Manuel Baptista Branco (TP:15, OT:1)

Nuno Maria Gonçalves Soares Franco (TP:15, OT:1)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- Conhecimentos: ter experiência com os objectos fundamentais da álgebra comutativa e com problemas neste contexto, aplicando técnicas gerais de álgebra e criando estratégias próprias para cada problema; ter contacto com aplicações da álgebra comutativa a outras áreas da matemática.

- Aptidões e competências: desenvolver o raciocínio abstracto e a capacidade de encontrar estratégias para resolver novos problemas.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- Knowledge: having contact with the main objects in commutative algebra and experiencing problems in this context, applying general algebraic techniques and creating strategies that are specific to each problem; exploring applications of commutative algebra in other fields of mathematics.

- Skills and Competences: developing abstract reasoning and the capacity of finding strategies to solve new problems.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

Módulos sobre anéis comutativos.

Morfismos de módulos, submódulos e módulo quociente.

Soma e produto diretos.

Módulos finitamente gerados.

Sucessões exatas de módulos.

Produto tensorial. Anéis locais e anéis de frações.

Anéis noetherianos e anéis artinianos.

4.4.5. Syllabus:

Modules over commutative rings.

Morphisms of modules, submodules and quotient module.

Direct sum and direct product.

Finitely generated modules.

Exact sequences of modules.

Tensor product. Local rings and rings of fractions.

Noetherian rings and Artinian rings.

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos incluem os conceitos e resultados essenciais num estudo introdutório da álgebra comutativa, nomeadamente os anéis e ideais, módulos e morfismos de módulos; a experiência de resolver problemas desta natureza desafia os alunos a pensar de forma crítica e a criar resoluções próprias para os problemas.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes results that are essential in an introductory study of commutative algebra, namely rings and ideals, modules, and morphisms of modules; experience in solving problems of this nature challenges students to think critically and to create their own resolutions to the problems.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas de resolução de problemas, individualmente ou em pequenos grupos, pontuadas com

momentos de exposição e discussão envolvendo toda a turma.

Avaliação contínua, através de duas ou três apresentações orais de temas a acordar com o docente, realizados preferencialmente nas próprias aulas, totalizando 100% da classificação (número de apresentações a definir pelo docente responsável, tendo em conta as características dos alunos e o plano de aulas), ou por exame final.

Avaliação formativa durante as aulas ou por tarefas a realizar fora da aula, para desenvolvimento do processo de aprendizagem; os elementos de avaliação formativa não terão peso na classificação final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Problem-solving sessions, where students are invited to work on their own or in small groups, with some moments of exposition or discussion involving the whole class.

The evaluation may be either continuous, done through two or three oral presentations, done preferably during the classes, weighting 100% of the classification, the number of which is to be defined by the professor who is responsible for the course unit in each academic year, or by a final exam.

Formative evaluation is done in class or by tasks to be done outside class, to improve the learning process; the elements of formative evaluation will have no weight on the final mark.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O trabalho centrado no aluno promove a autonomia na resolução de problemas e estimula a criatividade para encontrar estratégias próprias; os assuntos abordados dão ao aluno experiência em estruturas algébricas..

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

Student-centered work promotes autonomy in the resolution of problems and stimulates creativity to find their own strategies; the subjects addressed provide the student with experience with algebraic structures.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *M.F.Atiyah, I.G.Macdonald (1969). Introduction to commutative algebra, Addison-Wesley Publishing Company.*
- *D.Eisenbud (1994). Commutative algebra : with a view toward algebraic geometry, Springer-Verlag.*
- *O.Zariski, P.Samuel (1975). Commutative algebra, volume I, Springer-Verlag.*
- *O.Zariski, P.Samuel (1976). Commutative algebra, volume II, Springer-Verlag*
- *H.Matsumura (1997). Commutative ring theory, Cambridge University Press.*

Mapa IV - Amostragem e Sondagens

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Amostragem e Sondagens

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Survey Sampling

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):
Anabela Cristina Cavaco Ferreira Afonso (TP:22.5h, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:
Russell Gerardo Alpizar Jara (TP:22.5, OT:2)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Nesta UC o aluno irá:

- *estudar os principais aspetos no planeamento e execução de um plano de amostragem e a teoria de estimação em esquemas de amostragem de uso comum;*
- *Adquirir e reforçar conceitos básicos sobre estimação e métodos de amostragem e incentivar a capacidade de aplicação prática dos mesmos.*

No final, o aluno deverá ser capaz de:

- *Planear, organizar, implementar e realizar um estudo feito por amostragem;*
- *Avaliar de uma forma crítica a utilização de métodos de amostragem;*
- *Trabalhar individualmente e em grupo;*
- *Utilizar adequadamente software no delineamento de amostragem e na análise.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

In this course the student will:

- *Study the key issues about planning and executing a sampling plan, and the theory of estimation for the most commonly known sampling designs.*
- *Acquire some basic notions on estimation and sampling techniques useful for applications.*

In the end of the course, the student must be able to:

- *Plan, organize, implement and conduct a survey sampling study;*
- *Evaluate and criticize misuses of sampling methods;*
- *Work alone and in group;*
- *Correctly use software for sampling designs and analysis*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

1. *Principais etapas no planeamento e na seleção de amostras.*
2. *Métodos de recolha de informação em estudos por amostragem.*
3. *Tratamento de não respostas e erros de medição.*
4. *Amostragem aleatória simples: ideias básicas e estimação.*
5. *Amostragem sistemática, aleatória estratificada e pós-estratificação.*
6. *Amostragem com probabilidades desiguais e subamostragem.*
7. *Amostragem em conglomerados e multi-etápica.*

4.4.5. Syllabus:

1. *Main steps on planning a sampling design and the selection of sampling units.*
2. *Methods for data collection in survey sampling.*
3. *Treatment of non-responses and measurement errors.*
4. *Simple random sampling: basic ideas and estimation.*
5. *Systematic random sampling stratified random sampling and post-stratification.*
6. *Unequal probability sampling and sub-sampling designs.*
7. *Clusters and multi-step sampling designs.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos enunciados visam dar resposta aos objetivos da unidade curricular. São apresentadas as várias etapas a percorrer na elaboração de um plano de amostragem e os esquemas de amostragem mais comumente utilizados e como proceder à estimação dos parâmetros de interesse. São abordadas as principais fontes de erro num estudo por amostragem e as consequências na qualidade dos resultados obtidos, e apresentam-se algumas técnicas para minimizar os efeitos na qualidade dos resultados. Além disso, são abordadas diferentes áreas de aplicação e direções de investigação.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The stated programmatic contents aim to tackle the objectives of the course. The various steps to be taken in the sampling plan and the most commonly used sampling designs are presented and how to estimate the parameters of interest. The main sources of error in a sampling design are addressed and the consequences on the quality of the results obtained. Some techniques are presented to minimize the effects on the quality of the results. In addition, different areas of applications in which sampling methods are used and researched directions are addressed.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**Metodologias de ensino:**

Aulas teórico-práticas predominantemente lecionadas no quadro, com suporte de ferramentas de e-learning e utilização de diapositivos.

Introdução dos conceitos teóricos recorrendo a exemplos de aplicação em diferentes áreas, procurando mostrar a relevância dos conteúdos programáticos.

Os exercícios focam a resolução de problemas reais para desenvolver o gosto e interesse pela disciplina e mostrar a sua utilidade.

Motiva-se a ida às aulas e o trabalho contínuo do aluno.

Avaliação:

A avaliação contínua consiste na realização de trabalhos de casa (50%) e de um projeto final (50%). Os trabalhos/projeto poderão em alguns casos ser realizados em grupo. O projeto final deverá ser apresentado em forma escrita e oral em sala de aula. Caso o aluno não obtenha aprovação na avaliação contínua poderá realizar um exame final (50%), mas o projeto será sempre requerido (50%).

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):**Teaching methodologies:**

A mixture of theoretical and practical lectures on the blackboard and with support of e-learning tools and visual aids.

Introductory concepts are given using real examples of different areas of applications to show the relevance of programmatic contents.

The exercises will focus on solving problem strategies to motivate students and to show the utility of sampling techniques.

Attendance, classroom participation and continued students' assessments are encouraged.

Evaluation:

The continuous evaluation is made with various homework assignments (50%) and a final project (50%).

Sometimes homework and the final project may be done in group. The final project should be presented in a written and oral form in the classroom. If continuous evaluation is not feasible for the student, a final examination is possible (50%), but a project is still required for final grade (50%).

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias adotadas parecem ser as mais adequadas, dado que não se pretende apenas dar noções básicas de como saber fazer, mas também fornecer os conhecimentos básicos teóricos que se encontram por detrás de cada delineamento de amostragem.

Só assim um utilizador de estatística se encontra apto a usar esta da maneira mais correta de modo a que as conclusões a que se chega sejam estatisticamente válidas. Por outro lado, caso a unidade curricular não tivesse como pontos fortes a solidez teórica, acompanhada da prática, um aluno que concluísse esta formação não se encontraria apto a prosseguir o estudo de outras técnicas estatísticas mais avançadas.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The adopted methodologies intend to provide basic notions of "how to do" and "what is behind" a given sampling design. They incentive proper use of statistical methodology to reach reasonable conclusions. They provide students with solid theoretical basis and applications to eventually carry on with more advanced statistical methods.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

Cochran, W. G. (1977). Sampling techniques. 3ª Edição. Wiley, Nova York.

Dillman, D. A., Smyth, J. D., & Christian, L. M. (2014). Internet, phone, mail, and mixed-mode surveys: the tailored design method. John Wiley & Sons.

Levy, P. S., & Lemeshow, S. (2013). Sampling of populations: methods and applications. John Wiley & Sons.

Lohr, S. L. (2010). Sampling design and analysis. Second Edition. Brooks/Cole, Cengage Learning, Boston.

Seber, G. A., & Salehi, M. M. (2012). Adaptive sampling designs: inference for sparse and clustered populations. Springer Science & Business Media.

Thompson, S. K. (2012). Sampling. Third Edition. Wiley, Nova York.

Mapa IV - Análise de Dados Categóricos**4.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Análise de Dados Categóricos

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Categorical Data Analysis

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT**4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):**
Semestral**4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):**
156**4.4.1.5. Horas de contacto:**
OT: 4 TP: 45**4.4.1.6. Créditos ECTS:**
6**4.4.1.7. Observações:**
<sem resposta>**4.4.1.7. Observations:**
<no answer>**4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):**
Paulo de Jesus Infante dos Santos (TP:15, OT:2)**4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:**
Gonçalo João Costa Jacinto (TP: 15, OT:1)
Anabela Cristina Cavaco Ferreira Afonso (TP:15, OT:1)**4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**
Os objetivos de aprendizagem são:

- **Saber como analisar a associação e correlação envolvendo variáveis categóricas;**
- **Conhecer os princípios de um modelo linear generalizado de modo a identificar, ajustar e interpretar um modelo deste tipo;**
- **Conhecer e saber aplicar os princípios base de modelação com este tipo de modelos;**
- **Saber interpretar de uma forma crítica os resultados obtidos a partir do software estatístico.**

Competências:

- **Capacidade para, de uma forma crítica e autónoma, saber construir e analisar diferentes modelos lineares generalizados e aplicar estas metodologias na sua atividade profissional;**
- **Adquirir os princípios fundamentais da modelação estatística e conhecer as principais fases da modelação com modelos lineares generalizados;**
- **Capacidade de interpretar problemas para dados longitudinais;**
- **Pesquisar e entender a literatura relacionada, de forma a saber aplicar outros modelos para dados categóricos;**
- **Saber utilizar o R para a análise de dados categóricos.**

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
The learning outcomes are:

- **To know how to analyze the association and correlation involving categorical variables;**
- **To know the principles of a generalized linear model in order to identify, adjust and interpret a model of this type;**
- **To know and apply the basic principles of modeling with this type of models.;**
- **To know how to critically interpret the results obtained from the statistical software.**

The skills developed are:

- **Ability to critically and autonomously know how to construct and analyze different generalized linear models and to apply these methodologies in their professional activity;**
- **To acquire the basic principles of statistical modeling and to know the main modeling phases of a generalized linear model;**
- **Ability to interpret problems for longitudinal data;**
- **Ability to research and understand related literature in order to apply to other models for categorical data;**
- **Ability to use R for categorical data analysis.**

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- **Tabelas de contingência e medidas de associação e correlação envolvendo variáveis categóricas.**
- **Modelos lineares generalizados: caracterização, função de ligação, fases de modelação, pressupostos,**

análise de resíduos, validação, inferência;

- *Modelos discretos: logit, probit, log-log, Ordinal, Multinomial, Poisson e Binomial-Negativo.*
- *Modelos Aditivos Generalizados (GAM).*
- *Equações de estimação generalizadas (GEE) e modelos lineares mistos generalizados (GLMM).*
- *Introdução os modelos de zero inflacionados (ZIF).*

4.4.5. Syllabus:

- *Contingency Tables and association and correlation measures with categorical variables.*
- *Generalized linear models: characterization, link functions, statistical modelling, assumptions, residual analysis, validation and inference.*
- *Discrete models: logit, probit, log-log, ordinal, Multinomial, Poisson, Negative Binomial, Inverse-Gaussian and Gama.*
- *Generalized additive models (GAM).*
- *Generalized Estimating Equations (GEE) and Generalized Linear Mixed Models (GLMM).*
- *Introduction to zero inflated models (ZIF).*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Depois da introdução da análise de tabelas de contingência e das principais medidas de associação e correlação envolvendo variáveis categóricas, é feita uma abordagem dos GLM e das diferentes fases de modelação permitindo ao estudante adquirir os conhecimentos para os aplicar. A aplicação aos modelos lineares generalizados, usando sempre que possível dados reais, irá permitir ao alunos perceber a importância da utilização dos diferentes modelos e de conhecer métodos apropriados para a análise de dados envolvendo variáveis categóricas.

Serão depois abordados os modelos GEE e GLMM, permitindo aos estudantes conhecer os principais métodos utilizados quando se está perante dados categóricos longitudinais. Por fim, como modelar dados cuja resposta tem muitos zeros.

As metodologias estatísticas abordadas procuram dar uma formação base ao aluno de modo a que na sua via profissional futura seja capaz de selecionar e ajustar modelos envolvendo respostas não contínuas e interpretá-los.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

After the introduction of contingency tables and the most important measures of association and correlation involving categorical variables, an approach of GLM and the different modeling phases is taken allowing the student to acquire the knowledge to apply them. Applications to generalized linear models using real data whenever possible, will allow students to realize the importance of using different models and to know appropriate methods for data analysis involving categorical variables.

The GEE and GLMM models will then be approached, allowing students to know the main methods used when facing longitudinal categorical data. Finally, how to model data whose answer has many zeros.

The statistical methodologies approached seek to provide basic training to the student so that in his future career path he will be able to select and adjust models involving non-continuous answers and interpret them.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As sessões de ensino são teórico-práticas, combinando os conceitos com a sua aplicação a dados reais de diferentes áreas, sensibilizando os alunos para a importância da matéria exposta. As sessões incluem a modelação e análise de dados reais com o auxílio do software estatístico, participando os estudantes ativamente nesta etapa e respetiva discussão. Os estudantes são incentivados a resolverem sozinhos problemas práticos, de forma a desenvolver a autonomia.

Enfoque na modelação, interpretação crítica e análise de dados recorrendo a outputs do software utilizado.

Avaliação:

No regime de avaliação contínua serão realizados dois trabalhos obrigatórios contando cada um 50% da nota final.

Caso não obtenha aprovação em avaliação contínua, o aluno realiza um exame e os trabalhos individuais já não são obrigatórios, mas terão um peso de 25% na nota final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Theoretical-practical lessons combining the concepts with their application to real data from different areas, making students aware of the importance of the exposed subject. The sessions include modelling and data analysis with the help of statistical software. Students actively participating in their resolution and / or discussion. In addition students are encouraged to solve practical exercises on their own in order to develop autonomy.

Focus on modeling, critical interpretation and data analysis using outputs from the software used.

Evaluation:

In the continuous evaluation regime, two compulsory works will be carried out, each counting 50% of the final grade.

If not approved in continuous assessment, the student takes an exam and individual assignments are no

longer required, but will have a weight of 25% in the final grade.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino procuram permitir que o aluno compreenda a teoria essencial das diferentes metodologias estatísticas recorrendo à análise dos dados reais e promovendo a análise e interpretações críticas, de modo a que o aluno se motive pela perceção da importância deste tipo de matérias para o seu curso e para a sua vida profissional.

O facto de aulas serem teórico-práticas, envolvendo frequentemente o estudo de casos reais e a resolução de problemas concretos é coerente com os objetivos traçados.

Os trabalhos práticos usados na avaliação são extremamente importantes para o desenvolvimento de competências. Nesses trabalhos os alunos devem utilizar o software apropriado e escrever relatórios que incluem a análise dos problemas e recomendações, tendo vários objetivos: (i) colocar o estudante perante problemas reais complexos; (ii) desenvolver a capacidade para, de forma crítica, selecionar e organizar a informação adequada para a resolução dos problemas; (iii) desenvolver a capacidade de seleção da ferramenta estatística mais indicada; (iv) desenvolver a capacidade de trabalho em grupo.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The teaching methodologies allow the student to understand the essential theory of the different statistical methods, appealing to analysis of real data and promoting critical analysis and interpretations, so that the student is motivated by the importance of such topics for their course and for their professional life.

The classes being theoretical-practical, often involving the study of real cases and the resolution of practical problems is consistent with the objectives set.

The practical work used in the evaluation is extremely important for skills development. In this work students should use the appropriate software and write a report that includes problem analysis and recommendations. The practical work has several objectives: (i) to present the student complex problems with greater dimension than usually addressed in class; (ii) to develop the ability to critically select and organize appropriate information for problem solving; (iii) to develop the ability to select the most appropriate statistical tool; (iv) to develop the ability to teamwork.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Agresti, A. (2018). *An Introduction to Categorical Data Analysis*, 3rd Edition, Wiley.
- Bilder, C. R., Loughin, T. M. (2014). *Analysis of categorical data with R*. Chapman and Hall/CRC.
- Hosmer, D.; Sturdivant, r. X.; Lemeshow, S. (2013). *Applied Logistic Regression*, 3rd Edition, Wiley.
- McCullagh, P. & Nelder, J.A. (1989). *Generalized Linear Models*, second Edition Chapman & Hall.
- Sheskin, D. J. (2000). *Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures*, Second Edition, Chapman & Hall/CRC.
- Turkman, M.A.A. & Silva, G.L. (2000). *Modelos Lineares Generalizados*, Edições SPE.
- Zuur, A. F.; Ieno, E. N.; Walker, N. J.; Saveliev, A., A.; Smith, G., M. (2009). *Mixed Effect Models and Extensions in Ecology*, Springer.
- Zuur, A. F.; Ieno, E. N. (2016). *Beginner's Guide to Zero-Inflated Models with R*, Highland Statistics.

Mapa IV - Cálculo Matricial

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Cálculo Matricial

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Matrix Computations

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Marília da Conceição Valente Oliveira Pires (TP:15, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Fernando Manuel Lucas Carapau (TP:15, OT:1)

Paulo Manuel de Barros Correia (TP:15, OT:1)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- Compreender e saber utilizar as técnicas de factorização e transformação de matrizes na resolução dos problemas de Álgebra Linear.*
- Desenvolver capacidade de aplicar as técnicas adquiridas em contextos diversos e nas aplicações.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- Understand and know how to use matrix factorization and transformation techniques in solving Linear Algebra problems.*
- To develop the ability to apply acquired techniques in different contexts and applications.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- Problemas de Álgebra Linear computacional.*
- Normas matriciais, raio espectral.*
- Algumas factorizações/decomposições (triangulares, QR, SVD).*
- Ortogonalização e problema de mínimos quadrados.*
- Valores e vetores próprios e diagonalização.*
- Matrizes simétricas e hermiticas.*
- Matrizes definidas e semidefinidas positivas.*
- Valores singulares e forma canónica de Jordan.*
- Funções de matrizes.*
- Implementação de alguns algoritmos em sistema interativo de cálculo numérico e simbólico*

4.4.5. Syllabus:

- Problems of Numerical Linear Algebra.*
- Matrix norms, spectral radius.*
- Some factorizations/decompositions (triangular, QR, SVD).*
- Orthogonalization and Least Squares.*
- Eigenvalues, eigenvectors and diagonalization.*
- Symmetric and Hermitian matrices.*
- Positive definite and semidefinite matrices.*
- Singular values and Jordan's canonical form.*
- Matrix functions.*
- Implementation of some algorithms in an interactive numerical and symbolic calculation system.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os tópicos considerados no programa são os mais representativos e com grande potencial para aplicação em problemas práticas. A abordagem teórica dos métodos é acompanhada pela forte componente computacional facilitando a aplicação dos conhecimentos dos estudantes na prática.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The topics considered in the program are the most representative and have great potential for application in practical problems. The theoretical study of the methods is accompanied by a strong computational component, facilitating the application of students' knowledge in practice.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são teórico-práticas, sendo utilizada uma metodologia baseada na exposição estruturada dos conteúdos programáticos, na exemplificação com ênfase nas aplicações, resolução de exercícios, com recurso a software matemático adequado.

O estudante pode escolher uma das seguintes formas de avaliação:

- Avaliação contínua - um teste teórico e um projeto de computação obrigatório individual ou em pequenos*

grupos. É exigida a classificação mínima de 8 valores em cada teste/projeto para obter aprovação. Nota final = 40% da classificação do projeto + 60% da classificação do teste.

- Avaliação por exame - um exame com o peso de 100% no resultado final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

The classes are theoretical-practical, using a methodology based on the structured exposition of the syllabus, on examples with an emphasis on applications, solving exercises, using appropriate mathematical software.

The student can choose one of the following forms of assessment:

- Continuous evaluation - a theoretical test and a mandatory individual (or in small group) computing project. A minimum score of 8 points is required for each test/project to obtain approval. Final classification = 40% of project grade + 60% of test grade.

- Evaluation by exam - an exam with a weight of 100% in the final result.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Opta-se por utilizar nas aulas uma plataforma teórico-prática de modo a ser acessível e útil para todos, atendendo a uma provável heterogeneidade não só na sua formação matemática mas também ao nível de conhecimentos e técnicas de que dispõem.

A avaliação contínua pretende promover um acompanhamento semanal dos conteúdos e dirigir-se especialmente para os alunos que o realizam.

A avaliação por exame destina-se a avaliar a capacidade individual dos conhecimentos dos conteúdos.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The option to use a theoretical-practical platform in classes to be accessible and useful for everyone, given a probable heterogeneity not only in their mathematical training but also in the knowledge level and techniques available to them.

Continuous assessment is intended to promote weekly monitoring of the content and is aimed especially at the students who take it.

The exam assessment is intended to assess the individual capacity of knowledge of the contents.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- G.Golub, C.Loan (2013) *Matrix Computations* (4rd ed): The Johns Hopkins University Press.
- J.Demmel (2008) *Applied Numerical Linear Algebra*: SIAM.
- D.Serre (2002). *Matrices: Theory and Applications*: Springer.
- C.Meyer (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*: SIAM.
- R.Horn & C.Johnson (1990). *Matrix Analysis*: Cambridge University Press.
- R.Bellman (1997). *Introduction to Matrix Analysis*: SIAM.
- P.Lancaster (1969). *The Theory of Matrices*: Academic Press.

Mapa IV - Complementos de Análise Numérica

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Complementos de Análise Numérica

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Numerical Analysis Complements

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:*<sem resposta>***4.4.1.7. Observations:***<no answer>***4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):***Fernando Manuel Lucas Carapau (TP:15, OT:2)***4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:***Marília da Conceição Valente Oliveira Pires (TP:15, OT:1)**Paulo Manuel de Barros Correia (TP:15, OT:1)***4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Pretende-se que os alunos adquiram competências ao nível da teoria e implementação computacional dos métodos numéricos avançados..***4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):***It is intended that students acquire skills in the theory and computational implementation of advanced numerical methods.***4.4.5. Conteúdos programáticos:**

- *Resolução dos sistemas lineares de grandes dimensões. Métodos diretos: utilização de factorizações, sistemas com as matrizes especiais (bandas, tridiagonais, esparsas), estabilidade de soluções. Métodos iterativos: método de relaxação, métodos de subespaço de Krylov, método dos gradientes conjugados e preconditionamento.*
- *Cálculo de valores e vetores próprios. Circulos de Gershgorin. Métodos da potência. Transformações ortogonais, matrizes semelhantes, método de Jacobi, algoritmo QR, algoritmo de Lanczos.*
- *Sistemas de Equações Diferenciais Ordinárias. Problemas rígidos.*
- *Equações Diferenciais Parciais. Exemplos de problemas de valor na fronteira. Aproximação por diferenças finitas. Aproximação por elementos finitos. Aproximação de problemas bidimensionais. Consistência e convergência. Equação de Poisson, equação de calor, equação das ondas.*
- *Resolução numérica de Equações Integrais.*
- *Implementação de alguns algoritmos em sistema interativo de cálculo numérico e simbólico.*

4.4.5. Syllabus:

- *Resolution of large Systems of Linear Equations. Direct methods: using factorizations, systems with special matrices (bands, tridiagonal, sparse), stability of solutions. Iterative methods: relaxation method, Krylov subspace methods, conjugate gradients method and preconditioning.*
- *Calculation of eigenvalues and eigenvectors. Gershgorin Circles. Power methods. Orthogonal transformations, similar matrices, Jacobi method, QR algorithm, Lanczos algorithm.*
- *Systems of Ordinary Differential Equation. Rigid problems.*
- *Partial Differential Equations. Examples of boundary value problems. Approximation by finite differences. Finite element approximation. Approximation of two-dimensional problems. Consistency and convergence. Poisson equation, heat equation, wave equation.*
- *Numerical resolution of Integral Equations.*
- *Implementation of some algorithms in an interactive numerical and symbolic calculation system.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:*Os conteúdos programáticos abordam os aspetos teóricos, a implementação e os aspetos práticos dos métodos numéricos. Esta complementaridade teórico-prática garante o aprofundamento das capacidades dos alunos, nestas matérias, conforme é objetivo desta UC.***4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:***The course contents cover the theoretical aspects, implementation and practical aspects of numerical methods. This complementarity of theory and practice ensures the deepening of students' abilities in these matters, as is the aim of this course.***4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***Exposição estruturada, exemplificação com ênfase nas aplicações, resolução de exercícios, um projecto computacional a realizar pelos estudantes.**O estudante pode escolher uma das seguintes formas de avaliação:**- Avaliação contínua - um teste teórico e um projeto de computação obrigatório individual ou em pequenos grupos. É exigida a classificação mínima de 8 valores em cada teste/projeto para obter aprovação. Nota*

final = 40% da classificação do projeto + 60% da classificação do teste.

- Avaliação por exame - um exame com o peso de 100% no resultado final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Structured exposition, examples with emphasis on applications and on solving exercises, a computational project to be carried out by students.

The student can choose one of the following forms of assessment:

- Continuous evaluation - a theory test and a mandatory computational project (individual or in small groups). A minimum score of 8 points is required for each test/project to obtain approval. Final classification = 40% of project classification + 60% of test classification.

- Evaluation by exam - one exam with a weight of 100% in the final result.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os métodos de ensino que aliam a exposição teórica com a evidência das implementações computacionais, permitem ao aluno, na sua avaliação, elaborar o trabalho prático final, onde a aquisição dos seus conhecimentos pode ser factualmente avaliada, pelo funcionamento correto da aplicação desenvolvida.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The teaching methods that combine theoretical exposition with the evidence of computer implementations, allow the student, in his assessment, draw up the final practical work, where the acquisition of their knowledge can be factually evaluated for the correct operation of the developed application.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *H. Pina (2010). Métodos Numéricos, McGraw-Hill.*
- *J. Dormand (2018). Numerical methods for differential equations. Computational approach, CRC Press.*
- *J. W. Demmel (2008). Applied Numerical Linear Algebra, SIAM.*
- *G. Golub, Ch.Loan (2013).Matrix Computations (4th ed.), The John Hopkins University Press.*
- *C.T. Kelly (1995). Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations, SIAM.*
- *J.E. Dennis, R.B. Schnabel (1997). Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations, SIAM.*

Mapa IV - Delineamento Experimental

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Delineamento Experimental

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Experimental Design

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

PL: 26 TP: 30

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Maria Manuela Melo Oliveira (TP:15)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Paulo de Jesus Infante dos Santos (TP:15)

Dulce Gamito Santinhos Pereira (PL:26)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Nesta UC estudam-se os modelos mais actuais considerados em Delineamento Experimental. Estes métodos procuram dar aos Alunos uma formação ampla e actual de métodos em Análise da Experimentação.

A utilização de diferentes softwares estatísticos permitirá o tratamento e a análise de diferentes bases de dados.

Objectivos:

Estudar os princípios e conceitos fundamentais da experimentação e fornecer aos alunos ferramentas estatísticas essenciais na análise de diversos delineamentos experimentais.

Competências:

Capacidade para, de forma crítica, seleccionar e organizar informação

Conhecer e saber aplicar algumas ferramentas estatísticas essenciais na análise de diversos delineamentos experimentais.

Seleccionar o modelo de regressão mais adequado.

Validar os pressupostos das diferentes abordagens paramétricas.

Saber aplicar alternativas não paramétricas quando não forem válidos os pressupostos.

Aprender autonomamente com adaptação a novas situações.

Utilização racional e adequada do software.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

In this course we study the most current models considered in Experimental Design. These methods attempt to give students a broad education and current methods in Experimental Analysis.

The use of statistical software and analysis allow the treatment of databases.

Objectives: *To study basic principles and concepts of experimental design and to provide students with essential statistical tools in the analysis of several experimental designs.*

Competences:

To develop student's capacity to selected and organize information, in a critical way.

To understand some fundamental statistical tools of experimental designs.

To select the appropriate regression model and to know how to validate the model.

To validate different parametric approaches based on their objectives.

To recognize and to know how and when to apply nonparametric approaches.

To stimulate autonomous learning and adaptation to new situations.

To properly use the software.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

Método científico e delineamento de experiências.

Modelos de análise de variância de efeitos fixos e de efeitos aleatórios (simples, multifactoriais e mistos).

Modelos hierárquicos (nested) e Split-Plot.

Comparações múltiplas.

Blocos completos e incompletos. Quadrados latinos.

Alternativas não paramétricas.

Modelo de regressão linear simples e múltipla (estimação, inferência, predição, adequabilidade e validação de pressupostos). Diagnóstico da regressão para observações influentes, outliers, autocorrelação e multicolinearidade. Selecção de modelos.

Análise de covariância.

Regressão não linear.

4.4.5. Syllabus:

Scientific method and experimental design.

Analysis of variance models: fixed effects (single and multiple factor), random effects (single and multiple factor) and mixed effects.

Split-plot and nested designs.

Multiple comparisons.

Complete and incomplete block designs. Latin square designs.

Non-parametric approaches.

Simple linear regression model and multiple regression model (estimation, inference, prediction, model adequacy and validation). Diagnostics for influence points, outliers, multicollinearity and autocorrelation. Model selection.

Analysis of Covariance.

Nonlinear Regression.

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino têm uma componente teórica que deve capacitar os alunos para compreenderem as principais limitações teóricas dos modelos estudados, assim como, em que condições deverá ser utilizada determinada técnica. No entanto, as metodologias de ensino não se limitam somente à teoria, também têm uma forte componente de cariz prático, o que permite habilitar os alunos a resolver problemas reais com técnicas avançadas no âmbito do Delineamento Experimental. O recurso a software estatístico, combinado com os conhecimentos teóricos, irá capacitar os estudantes para resolver corretamente problemas do mundo real.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies have a theoretical component that should enable students to understand the main theoretical limitations of the studied models, as well as the conditions in which a specific technique should be used. However, the teaching methodologies are not only theoretical; they also include a strong practical component, which enables students to solve real problems with advanced techniques resorting to Experimental Design. The use of statistical software, combined with theoretical knowledge, will enable students to correctly solve real world problems.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas predominantemente leccionadas no quadro, com suporte de ferramentas de e-learning e utilização de diapositivos. Motivar a ida às aulas e o trabalho contínuo do aluno. Introdução dos conceitos teóricos recorrendo a exemplos de aplicação direta em diferentes áreas, procurando mostrar a relevância dos conteúdos programáticos. Exercícios direcionados, focando a resolução de problemas atuais e reais, com o objectivo de desenvolver o gosto e interesse pela disciplina e mostrar a sua utilidade. Enfoque na interpretação e análise de dados recorrendo sempre que possível a outputs do software utilizado.

Avaliação:

Privilegiar a avaliação contínua com a realização de 1 teste (50%) e trabalhos individuais ou em grupo (50%). Caso não obtenha aprovação em avaliação contínua, o aluno realiza um exame e os trabalhos individuais ou de grupo terão um peso menor na nota final (25%).

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Theoretical-practical lessons mainly lectured with a blackboard, with e-learning tools, and transparencies. Motivation of student's attendance to the classroom and student's continuous work. Introduction to theoretical concepts appealing to different areas of applications to illustrate the importance of course contents. Exercises with emphasis in the resolution of real problems, to motivate interest in the course and to demonstrate its utility. To stimulate individual and group participation within the classroom and at home. To emphasize the critical analysis and interpretation of data, appealing to software outputs as much as possible.

Evaluation:

To privilege continued evaluation carrying out one test (50%) plus individual/group homework projects (50%). If continuous evaluation is not feasible for the student, a final examination is possible, but the individual / group project is still required although with lesser weight for final grade (25%).

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O desenvolvimento de conhecimentos nos temas referidos é proporcionado por exposições teóricas e ainda pela análise, e tratamento estatístico de exemplos permitindo a aplicação do conhecimento adquirido, bem como a consolidação das competências aprendidas. Este formato permite ainda uma aprendizagem dinâmica e interativa. A aplicação dos conhecimentos teóricos em sessões práticas permitirá uma maior consolidação das competências.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The development of knowledge in these subjects is provided by theoretical expositions and also by the analysis and statistical treatment of examples allowing the application of the acquired knowledge as well as the consolidation of the learned skills. This format also allows dynamic and interactive learning. The application of theoretical knowledge in practical sessions will allow a greater consolidation of competences.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*Dohoo, I.; Martin, W.; Stryhn, H. (2009). Veterinary Epidemiologic Research, 2nd Ed., VER Inc.
Faraway, J J. (2009). Linear models with R, Chapman & Hall/CRC.
Fox, J. (2002). An R and S-Plus Companion to Applied Regression. Sage Publications.
Harrel, F. (2001). Regression Modeling Strategies. Springer-Verlag.
Logan, M. (2010). Biostatistical Design and Analysis Using R: a practical guide, John Wiley.
Montgomery, D. C. (2017). Design and analysis of experiments. John Wiley & sons.
Montgomery, D. C.; Peck, A. E.; Vining, G. C. (2012). Introduction to Linear Regression Analysis, 5th Ed., John Wiley.
Kleinbaun, D.; Kupper, L.; Nizam, A.; Muller, K. (2007). Applied Regression Analysis and Multivariate*

Methods, 4th Ed., Duxbury Press.

Ruxton, G., & Colegrave, N. (2011). Experimental design for the life sciences. Oxford University Press

Zar, J. H. (2010). Biostatistical Analysis, 5th Ed., Pearson.

Mapa IV - Elementos de Criptografia

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Elementos de Criptografia

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Elements of Cryptography

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Manuel Baptista Branco (TP:30, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Pedro Correia Gonçalves Macias Marques (TP:15, OT:2)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Conhecimentos: ter experiência com os objectos fundamentais da criptografia e com problemas neste contexto, aplicando técnicas gerais de álgebra e criando estratégias próprias para cada problema; ter contacto com aplicações da criptografia a outras áreas do saber.

Aptidões e competências: desenvolver o raciocínio abstracto e a capacidade de encontrar estratégias para resolver novos problemas.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Knowledge: having contact with the main objects in cryptography and experiencing problems in this context, applying general algebraic techniques and creating strategies that are specific to each problem; exploring applications of cryptography in other fields.

Skills and Competences: developing abstract reasoning and the capacity of finding strategies to solve new problems.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

Inteiros.

Congruências e classes resíduos dos anéis.

Pequeno teorema de Fermat. Teorema chinês dos restos. Função de Encriptação. Probabilidades.

DES.

Encriptação de Chave Pública.

Logaritmos Discretos.

Funções de Hash.

Assinaturas digitais.

Corpos finitos.
Curvas elípticas.

4.4.5. Syllabus:

Integers.
Congruence and residue class rings.
Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Encryption function.
Probabilities.
DES.
Public-key encryption.
Discrete logarithms.
Hash functions.
Digital signatures.
Finite fields.
Elliptic curves.

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos incluem os conceitos e resultados essenciais num estudo introdutório da criptografia, nomeadamente os anéis de resíduos, corpos finitos e técnicas de encriptação; a experiência de resolver problemas desta natureza desafia os alunos a pensar de forma crítica e a criar resoluções próprias para os problemas.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes results that are essential in an introductory study of cryptography, namely residue class rings, finite fields and encryption techniques; experience in solving problems of this nature challenges students to think critically and to create their own resolutions to the problems..

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas de resolução de problemas, individualmente ou em pequenos grupos, pontuadas com momentos de exposição e discussão envolvendo toda a turma.
Avaliação contínua, através de duas ou três apresentações orais de temas a acordar com o docente, realizados preferencialmente nas próprias aulas, totalizando 100% da classificação (número de apresentações a definir pelo docente responsável, tendo em conta as características dos alunos e o plano de aulas), ou por exame final.
Avaliação formativa durante as aulas ou por tarefas a realizar fora da aula, para desenvolvimento do processo de aprendizagem; os elementos de avaliação formativa não terão peso na classificação final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Problem-solving sessions, where students are invited to work on their own or in small groups, with some moments of exposition or discussion involving the whole class.
The evaluation may be either continuous, done through two or three oral presentations, done preferably during the classes, weighting 100% of the classification, the number of which is to be defined by the professor who is responsible for the course unit in each academic year, or by a final exam.
Formative evaluation is done in class or by tasks to be done outside class, to improve the learning process; the elements of formative evaluation will have no weight on the final mark.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O trabalho centrado no aluno promove a autonomia na resolução de problemas e estimula a criatividade para encontrar estratégias próprias; os assuntos abordados dão ao aluno experiência em estruturas algébricas.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

Student-centred work promotes autonomy in the resolution of problems and stimulates creativity to find their own strategies; the subjects addressed provide the student with experience with algebraic structures.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Neal Koblitz (1994). *A course in number theory and cryptography*, Springer-Verlag.
- Johannes A. Buchmann (2004). *Introduction to cryptography* (2nd ed.), Springer-Verlag.
- Neal Koblitz (1998). *Algebraic aspects of cryptography*, Springer.
- Harald Niederreiter and Chaoping Xing (2009). *Algebraic geometry in coding theory and cryptography*, Princeton University Press.
- Arto Salomaa (1996). *Public-key cryptography*, Springer.

Mapa IV - Estatística Computacional

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Estatística Computacional

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Computational Statistics

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 5 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Dulce Gamito Santinhos Pereira (TP:15, OT: 3)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Russell Gerardo Alpizar Jara (TP:15, OT:1)

Jorge Manuel Azevedo Santos (TP:15, OT:1)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Objetivos:

Abordar os modelos estatísticos importantes em diversas áreas científicas, e que os alunos sejam capazes de compreender e aplicar os seguintes métodos estatísticos que necessitam do uso intensivo do computador: algoritmos do tipo Newton-Raphson, Monte Carlo, algoritmo EM, reamostragem e MCMC.

Competências:

Familiarizar os alunos com o tratamento computacional de dados.

Reconhecer, dada uma situação prática, qual o modelo teórico subjacente mais plausível. Relacionar entre si os diversos modelos teóricos.

Desenvolver algoritmos de simulação e técnicas computacionais usadas em estatística.

Conhecer os principais fundamentos relacionados com o ambiente R.

Dominar técnicas de inferência estatística paramétrica e não paramétrica.

Ser capaz de gerar números pseudo-aleatórios e variáveis aleatórias, por métodos de simulação.

Compreender e saber aplicar o método de reamostragem Bootstrap.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Objectives:

To focus the importance of the statistical models in different scientific areas.

Understand and correctly apply the following statistical methods that need intensive use of the computer:

Newton-Raphson type algorithms, Monte Carlo, EM algorithm, re-sampling and MCMC.

Competences:

To familiarize the students with the computational treatment of data.

To identify in a real situation, which the more appropriate theoretical model. To relate the several theoretical models.

To develop simulation algorithms and computational techniques used in statistics.

To know the main foundations relating to the environment R.

*To dominate techniques of parametric and nonparametric statistical inference.
To generate pseudo-random numbers and random variables for simulation methods.
To understand and be able to apply the method of bootstrap resampling.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

1. *Modelação de dados estatísticos. Modelos estatísticos mais usuais. Testes não-paramétricos de ajustamento. Testes de independência e uniformidade. Métodos gráficos.*
2. *Estimativas de máxima verosimilhança e o algoritmo EM (com recurso a métodos numéricos).*
3. *Geração de números pseudo-aleatórios uniformes. Testes de independência e uniformidade. Geração de números aleatórios com distribuição especificada.*
4. *Simulação por métodos de reamostragem. Método de Monte Carlo. O Bootstrap e o Jackknife.*
5. *Métodos de Monte Carlo baseados em Cadeias de Markov (MCMC), algoritmos Gibbs e Metropolis-Hasting.*
6. *Aplicações e uso de programas estatísticos.*

4.4.5. Syllabus:

1. *Statistical modelling. Common Statistical models. Adjustment non-parametric tests. Independence tests and uniformity tests. Graphics methods.*
2. *Maximum Likelihood estimation and the EM algorithm (with resource to numerical methods).*
3. *Uniform pseudorandom numbers generaton. Pseudorandom numbers generation with a specified distribution.*
4. *Resampling methods. Monte Carlo Method. Bootstrap and Jackknife.*
5. *Markov Chains Monte Carlo Methods (MCMC), Gibbs algorithm and Metropololis-Hasting algorithm.*
6. *Applications and use of statistical software.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias estatísticas abordadas procuram dar uma formação base ao aluno na área das aplicações computacionais e análise de dados de modo a que aquando da realização do seu projeto de dissertação e na sua via profissional futura consiga compreender de forma crítica artigos científicos, mas também seja capaz de conceber as suas próprias aplicações computacionais.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The statistical methodologies allow a student's training base in the area computational applications when they accomplish to the dissertation project and in their future professional life in a way that not only the student can understand critically scientific articles, but also be able to design their own computational applications.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O ensino é realizado com base em aulas teórico-práticas predominantemente lecionadas no quadro, com suporte de ferramentas de e-learning e utilização de diapositivos. Motivar a ida às aulas e o trabalho contínuo do aluno.

Realização de aplicações computacionais.

Introdução dos conceitos teóricos recorrendo a exemplos de aplicação direta em diferentes áreas, procurando mostrar a relevância dos conteúdos programáticos. Exercícios direcionados, focando a resolução de problemas atuais e reais, com o objetivo de desenvolver o gosto e interesse pela disciplina e mostrar a sua utilidade.

Enfoque na interpretação e análise de dados recorrendo sempre que possível a outputs do software utilizado.

Avaliação:

Privilegiar a avaliação contínua com a realização de um teste (50%) e trabalhos individuais / grupo (50%).

Caso não obtenha aprovação em avaliação contínua, o aluno realiza um exame (60%) e os trabalhos individuais / grupo terão um peso menor na nota final (40%)

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Theoretical-practical lessons mainly lectured in a blackboard, with e-learning tools and transparencies.

Motivation of student's attendance to the classroom and student's continuous work.

Computational applications accomplishment.

Introduction to theoretical concepts appealing to different areas of applications to illustrate the importance of course contents. Exercises with emphasis in the resolution of real problems, to motivate interest in the course and to demonstrate its utility.

To emphasize the critical analysis and interpretation of data, appealing to software outputs as much as possible.

Evaluation:

To privilege continuous evaluation carrying out one test (50%) plus individual/group homeworks (50%).

If continuous evaluation is not feasible for the student, a final examination is possible (60%), but the individual/group homeworks are still required although with lesser weight for final grade (40%).

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino procuram permitir que o aluno compreenda a teoria essencial das diferentes metodologias estatísticas, promovendo a análise e interpretações críticas, de modo a que o aluno se motive pela percepção da importância deste tipo de matéria para o seu curso e para a sua vida profissional.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The teaching methodologies allow the student to understand the essential theory of the different statistical methods, promoting critical analysis and interpretations, so that the student is motivated by the importance of such matters for their course and for their professional life.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

1. Efron, B.; Tibshirani, R. F. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall.
2. Gentle, J. E. (2002). *Elements of Computational Statistics*, Springer.
3. Gentle, J. E. (2003). *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, 2nd Ed., Springer-Verlag.
4. Robert, C.P.; Casella, G. (2010). *Monte Carlo Statistical Methods*. Springer-Verlag, New York.
5. Monahan, John (2011). *Numerical Methods of Statistics*, Cambridge University Press.
6. Rubinstein, R. Y.; Kroese, D. P. (2016). *Simulation and the Monte Carlo Method*, 3rd Ed., Toronto-Canadá: John Wiley.

Mapa IV - Estatística de Dados Multivariados

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Estatística de Dados Multivariados

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Multivariate Data Analysis

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 7 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Maria Manuela de Melo Oliveira (TP:15, OT:3)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Ana Maria Amorim Sampaio da Silva (TP:15, OT:2)

Dulce Gamito Santinhos Pereira (TP:15, OT:2)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

OBJECTIVOS:

Com esta UC pretende-se que os alunos obtenham conhecimentos de Estatística Multivariada adequados à análise de dados (univariados e multivariados) relacionados com diversas áreas de aplicação. Pretende-se ainda sensibilizar e motivar os alunos para o interesse na utilização destas matérias em futuros trabalhos de investigação e para a importância da articulação, à luz dos conceitos e procedimentos apreendidos, com

fundamentos teóricos lecionados em outras unidades curriculares.

COMPETÊNCIAS:

O aluno deverá ser capaz de a) analisar amostras a partir da utilização dos instrumentos apreendidos ao longo do semestre, b) utilizar as técnicas multivariadas de dependência, interdependência e extensões destas duas vertentes, na análise de dados multivariados, na especificação, estimação e validação de modelos teóricos e na articulação dos procedimentos estatísticos a dados reais a partir da utilização de meios informáticos apropriados (SPSS/ Excel/AMOS/R e outros quando adequado).

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The main objective of the curricular unit is to provide students with tools and silks necessary in multivariate quantitative research, including inferential methods for dealing with uncertainties in drawing conclusions from multivariate collected data. At the conclusion of the course it is expected that students will be able to specify conceptualized models and to deal with theoretical issues related with dependent, interdependent and extensions multivariate statistical techniques using adequate statistical packages (SPSS/EXCEL /AMOS/R...). Students will also be prepared to critique results reported in scientific literature. All the techniques will be accomplished with the resolution of exercises related with scientific areas of interest.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

1. *Introdução à Estatística Multivariada (EM). Técnicas de Dependência e de Interdependência. Extensões.*
2. *Análise exploratória de dados multivariados*
3. *Análise em Componentes Principais*
4. *Análise Fatorial Exploratória versus Análise Fatorial Confirmatória*
5. *Análise Classificatória*
6. *Tópicos em Modelos de Equações Estruturais*

4.4.5. Syllabus:

1. *Overview of Multivariate Statistical Methods. Introduction. Dependence Techniques and Interdependence Techniques. Extensions.*
2. *Preliminary and exploratory multivariate data analysis*
3. *Principal Component Analysis*
4. *Exploratory Factorial Analysis versus Confirmatory Factorial Analysis*
5. *Cluster Analysis*
6. *Structural Equation Modeling: an introduction*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa da UC engloba essencialmente dois grandes domínios: uma parte exploratória, que é dominante, envolvendo nomeadamente, técnicas de redução de dimensionalidade e formas de representação (Análise em Componentes Principais, Análise Fatorial e Análise Classificatória) e uma segunda parte de Análise Confirmatória (Análise Fatorial Confirmatória e Tópicos de Equações Estruturais). Ao comparar as técnicas nestes domínios o aluno sentir-se-á mais à-vontade num ramo tão vasto como este da Estatística Multivariada.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The UC program essentially encompasses two broad domains: a dominant exploratory part, involving in particular, dimensionality reduction techniques and forms of representation (Principal Component Analysis, Factor Analysis and Cluster Analysis) and a second part of Confirmatory Analysis (Confirmatory Factor Analysis and Topics of Structural Equations). By comparing the techniques. in these two domains the student will feel more comfortable in such a wide branch of Multivariate Statistics.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A metodologia incorpora várias estratégias inovadoras para aumentar a motivação e o desempenho dos alunos. As técnicas de aprendizagem, como o uso de atividades práticas e tarefas de aprendizagem cooperativa, são preferidas, pois permitem que os alunos construam seu próprio entendimento dos conceitos e aplicações estatísticas, envolvendo ativamente o material do curso (projeção de slides sobre a teoria estatística seguida pela resolução de exercícios). Para cada atividade, também é fornecido um resumo das etapas processuais críticas e uma lista de materiais necessários.

Avaliação

Em termos de avaliação da disciplina, o aluno poderá optar entre sistema de avaliação contínua e sistema de avaliação por exame.

A avaliação contínua consiste na elaboração e exposição aos colegas e docente de relatórios periódicos sobre a matéria lecionada. A nota final corresponde à média aritmética dos trabalhos exigidos.

A avaliação por exame consiste na realização de um exame sobre a matéria lecionada.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

The methodology incorporates several innovative strategies for enhancing student motivation and performance. Learning techniques, such as the use of hands-on activities and cooperative learning

assignments, are preferred, as they allow students to construct their own understanding of statistical concepts and applications by actively engaging the course material (projection of slides about statistical theory followed by the resolution of exercises). For each activity, it is also provided a summary of the critical procedural steps and a list of materials needed.

Evaluation

The student may choose between continuous assessment system and exam evaluation system.

Continuous assessment consists of the preparation and exposure to colleagues and teacher of periodic reports on the subject taught. The final grade corresponds to the arithmetic average of the required works. The evaluation by exam consists of the examinations on the taught subject.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Na metodologia de ensino os alunos são direcionados para a realização de relatórios individuais e/ou em grupo normalmente de dois alunos apenas. Estes relatórios envolvem bases de dados, sempre que possível, relativos aos campos em que os alunos pretendem aperfeiçoar os conhecimentos. Esses relatórios constituem parte fundamental da avaliação e são apresentados pelos alunos aos restantes elementos da turma e reserva-se sempre um período de tempo para que estes possam colocar as questões que acharem mais pertinentes.

Como Software Estatístico utiliza-se o Excel, o SPSS com o AMOS para a parte confirmatória do programa e igualmente o R, com alguns dos Packages mais conhecidos, com aplicação no domínio respetivo.

Sempre que possível, comparam-se resultados obtidos por estes diferentes meios, analisando-se eventuais diferenças nos “Output” obtidos.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

In the teaching methodology the students are directed to the individual and / or group reports usually of two students only. These reports involve databases, wherever possible, of the fields in which students want to improve their knowledge. These reports are a fundamental part of the assessment and are presented by the students to the rest of the class and there is always a period of time for them to ask the questions they think are most pertinent.

As Statistical Software we use Excel, SPSS with AMOS for the confirmatory part of the program and also R, with some of the most well-known Packages, with application in the respective domain.

Whenever possible, results obtained by these different means are compared, analyzing any differences in the outputs obtained.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

Byrne, B. M. (2010). Structural equation modeling with Amos: Basic Concepts, applications and programming. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Hair, J.F., Anderson, R.E., Tatham, R.L. & Black, W.C. (2010). Multivariate data analysis (7th ed.). Pearson Prentice-Hall.

Maroco, J. (2010). Análise Estatística com o PASW Statistics (ex-SPSS). Report Number.

Kline, P. (2008). An easy guide to factor analysis. (8 th ed.) London: Routledge.

Pestana, M. H. e Gageiro, J. N. (2008). Análise de dados para ciências sociais. A complementaridade do SPSS (5ª Ed.). Lisboa: Edições Sílabo.

Raykov, T., Marcoulides, G. (2008). An Introduction to Applied Multivariate Analysis: Routledge, Taylor & Francis Group.

Tabachnick, B. & Fidell, L. (2008). Using multivariate statistics (4th ed). Boston: Allyn and Bacon.

Timothy A. Brown (2006). Confirmatory Factor Analysis for Applied Research. Guilford Press.

Manuais do SPSS e do AMOS (http://www.si.uevora.pt/spss/manual_16.php).

Mapa IV - Geometria Riemanniana

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Geometria Riemanniana

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Riemannian Geometry

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):*Rui Pedro Lima Pinto Ribeiro de Albuquerque (TP:15, OT:2)***4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:***Pedro Macias Marques (TP:15, OT:1)**Fátima Maria Filipe Pereira (TP:15, OT:1)***4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

Os objetivos desta UC são a compreensão muito completa pelo aluno da noção de variedade, das variedades riemannianas e suas propriedades, bem como da noção de fibrado tangente, conexão afim, torsão e curvatura. Partindo das variedades abstratas, pretende chegar à geometria riemanniana das subvariedades isometricamente imersas, passando por alguns elementos de topologia das variedades e pelas variedades com bordo. O objetivo é levar ao conhecimento real da parte teórica mais importante da Geometria Riemanniana e das suas aplicações clássicas, como seja o estudo das superfícies em R^3 , e ao reconhecimento de campos de estudo e investigação conexos.

Pretende-se o enriquecimento dos conhecimentos matemáticos dos alunos com as ideias principais da geometria do último século, que perduram e se têm renovado em questões recentes, que os alunos poderão querer continuar a explorar e.g. em programa de doutoramento.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The intended outcomes of this UC are the student's very complete understanding of the notion of manifold, Riemannian manifold and its properties, as well as the notion of tangent bundle, affine connection, torsion and curvature. Starting from abstract manifolds, it intends to arrive at the Riemannian geometry of isometrically immersed submanifolds, passing through some elements of manifold topology and manifolds with boundary. The learning outcomes shall be the knowledge of the core theory of Riemannian geometry and some classical applications, such as the theory of surfaces in R^3 , and the acknowledgement of further related research fields.

It is intended to enrich the mathematical knowledge of students with the last century's main geometry ideas, which have persisted and have been renewed in recent issues, which students may want to continue exploring e.g. in a doctoral program.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Variedades: espaço tangente, campos vetoriais, parêntesis de Lie, imersões e mergulhos, orientação, grupos de Lie, topologia das variedades, variedades com bordo.*
- *Variedades riemannianas: métrica, isometria, subvariedade riemanniana, conexões afins, torsão, conexão de Levi-Civita; geodésicas e cartas normais; completude e teorema de Hopf-Rinow.*
- *Curvatura: tensor de curvatura, curvatura seccional, tensor de Ricci, curvatura escalar; espaços de curvatura constante; campos de Jacobi; teoremas de Myers e de Hadamard.*
- *Estudo das superfícies: aplicação de Gauss, primeira e segunda forma fundamental, curvaturas média e de Gauss, teorema de Gauss.*

4.4.5. Syllabus:

- *Manifolds: tangent bundle, vector field, Lie bracket, immersion and embedding, orientation, Lie groups, manifold topology, manifold with boundary.*
- *Riemannian manifolds: metric, isometry, Riemannian submanifold, affine connection, torsion, Levi-Civita connection, geodesics and normal charts, completeness and the theorem of Hopf-Rinow.*
- *Curvature: curvature tensor, sectional curvature, Ricci tensor, scalar curvature, space-forms, Jacobi fields, theorems of Myers and Hadamard.*
- *Study of surfaces: Gauss map, second fundamental form, mean curvature, theorem of Gauss.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Trata-se de um curso de ensino bastante avançado e focado nos objetivos descritos.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

This is a quite advanced lecture course, much focused on the reaching the learning outcomes.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Este curso pauta-se pelo desenvolvimento natural que segue da Geometria Diferencial. Admitindo que alguns alunos não detenham essa base, o docente deve orientar-se pela média dos conhecimentos, iniciando o curso bem no tema das variedades, para os levar até onde mais longe possa no percurso do programa. Se os alunos tiverem conhecimento prévio da Geometria Diferencial, o docente pode iniciar o curso no capítulo Métrica riemanniana, cumprir o programa e aprofundá-lo se necessário.

O método de ensino será clássico, de exposição teórica e resolução de problemas propostos.

Avaliação contínua, por duas a três frequências ou apresentações orais de temas a acordar com o docente, realizados preferencialmente nas próprias aulas, totalizando 80% da classificação (número de apresentações a definir pelo docente responsável, tendo em conta as características dos alunos e o plano de aulas) e trabalhos de casa, totalizando 20%; ou por exame final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

This course will follow as a natural development of a course on Differential Geometry.

Admitting the students do not possess such a base, the professor shall orient himself by the average of the class, starting the course well on the theme of manifolds and taking the students as far as he can within the program. On the other hand, if the students have a previous knowledge of manifolds, then the course shall start with Riemannian metrics and certainly continue until the end of the program or further on.

The teaching method will be of the classical type, with theory exposition and by solving proposed problems. Continuous evaluation, for two to three frequencies or oral presentations of topics to be agreed with the teacher, totaling 80% of the classification (number of presentations to be defined by the responsible teacher, taking into account the characteristics of the students and the plan of classes) and homework, totaling 20%; or by final exam.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O professor tem que expor os assuntos de forma consistente. O aluno tem que os estudar, perceber e saber responder a questões práticas. Promovendo-se a atenção e interesse dos alunos pelo grande edifício de conhecimento que é a Geometria – um dos mais belos e valiosos empreendimentos da humanidade.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The teacher has to expose the matter in a consistent way. The student has to study it, understand and know how to answer practical questions. Promoting students' attention and interest for the great edifice of knowledge that is Geometry – one of the most beautiful and valuable endeavours of humanity.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- S.Gallot, D.Hulin, J. Lafontaine (2004), *Riemannian Geometry*, Universitext, 3rd ed., Springer.
- M.Berger and B.Gostiaux (1988). *Differential geometry: manifolds, curves and surfaces*, Springer, Berlin.
- W.Boothby (2002). *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, New York.
- L.C.Conlon (2001). *Differentiable Manifolds*, Birkhäuser, Boston.

Mapa IV - Grupos e Representações

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Grupos e Representações

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Groups and Representations

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

Matemática

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):**156****4.4.1.5. Horas de contacto:****OT: 4 TP: 45****4.4.1.6. Créditos ECTS:****6****4.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****4.4.1.7. Observations:****<no answer>****4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):****Nuno Maria Gonçalves Soares Franco (TP:30, OT:2)****4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:****Manuel Baptista Branco (TP:15, OT:2)****4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

- *Adquirir experiência sobre grupos finitos, capacidade de reconhecer diversas representações e redutibilidade dos mesmos.*
- *Efetuar cálculo de caracteres*
- *Entender e aplicar os Diagramas de Young e fórmula para caracteres de Frobenius*
- *Conhecer as álgebras e grupos de Lie assim como representações das mesmas e principais resultados introdutórios..*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *Acquiring experience about finite groups, and the ability of recognizing several representations as well as their reducibility .*
- *Compute characters*
- *Understanding and applying Young diagrams and de Frobenius characters formula.*
- *Knowing Lie groups and álgebras as well as its representations and introductory results.*
- *Obtaining a general overview of na introduction to group and algebra theory.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Representações de grupos finitos. Redutibilidade completa. Lema de Schur.*
- *Caracteres. Fórmulas de projecção.*
- *Exemplos. Potência exterior e representação standard de um grupo simétrico. Representações induzidas.*
- *Diagramas de Young e fórmula para caracteres de Frobenius. Representações irreduzíveis dos grupos simétricos.*
- *Grupos de Lie e álgebras de Lie. Aplicação exponencial. Teorema de Engel e teorema de Lie.*
- *Álgebras de Lie clássicas e as suas representações.*

4.4.5. Syllabus:

- *Finite groups representations. Complete reducebility. Schur's lemma.*
- *Characters. Projection formulas.*
- *Examples. External power and standard representation of a symmetrical group. Induced representations.*
- *Young diagrams and Frobenius charecters formula. Irreducible representations of symmetric groups.*
- *Lie groups and algebras. Exponencial map. Engel's theorem and Lie's theorem.*
- *Classical Lie Algebras and their representations.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, uma vez que incluem todos os temas descritos nos objetivos apresentados.

Ao longo das aulas serão administrados todos os conteúdos necessários para se atingir os objetivos descritos.

Os alunos contactarão com resultados recentes nesta área para terem uma ideia sobre o estado da arte.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus is consistent with the objectives of the course, as they include all the themes described in the

presented objectives.

Throughout the classes, all the necessary content to achieve the described objectives will be administered. Students will contact recent results in this area to get an idea of the state of the art.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição sistemática sobre grupos e respetivas representações. Ilustração dos conceitos e raciocínios da teoria por meio de exemplos concretos.

Processamento através de exercícios e de aplicações na argumentação. Verificação do nível da aquisição da matéria durante o período letivo por meio de perguntas orientadas.

O estudante pode escolher uma das seguintes formas de avaliação:

1) Avaliação contínua que consiste na resolução das duas listas de exercícios em que são abordados temas ou problemas relacionados com os conteúdos programáticos. A classificação final é a média das classificações nas listas.

2) Avaliação por exame.

A avaliação formativa é feita em sala de aula para melhorar o processo de aprendizagem; os elementos de avaliação formativa não terão peso na classificação final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Systematic introduction to groups and their representations. Illustration of concepts and arguments of the theory by means of concrete examples.

Processing by exercises and applications in other areas of mathematics. Verification of the level of acquisition of the subject-matter during the period of lecturing by means of classroom questions.

The student can choose one of the following forms of assessment:

1) Continuous evaluation consisting of solving individually two lists of exercises in which themes or problems related to the syllabus are addressed. The final classification is the average of the classifications on the lists.

2) Evaluation by exam.

Formative evaluation is done in class to improve the learning process; the elements of formative evaluation will have no weight on the final classification.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Opta-se por utilizar nas aulas uma plataforma de carácter teórico-prático de modo a dotar os alunos de processos e metodologias de análise e de demonstração de resultados.

A avaliação contínua pretende promover um acompanhamento semanal dos conteúdos e dirigir-se especialmente para os alunos que o realizam.

A avaliação por exame destina-se a avaliar a capacidade individual dos conhecimentos dos conteúdos.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The option for a theoretical and practical platform in classes will allow students to have skills and methods of analysis and proof for mathematical results.

Continuous assessment is intended to promote weekly monitoring of the content and is aimed especially at the students who take it.

The exam assessment is intended to assess the individual capacity of knowledge of the contents.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *William Fulton and Joe Harris (2004). Representation Theory. A first course, Springer Verlag.*
- *John F. Humphreys (2004). A course in group theory, Oxford University Press.*
- *Ian D. Macdonald (1968). The theory of groups, Oxford University Press.*
- *John S. Rose (2012), A course on group theory, Dover Publications.*
- *Joseph J. Rotman (1995), An introduction to the theory of groups, Springer.*
- *Benjamin Steinberg (2012). Representation Theory of Finite Groups - An Introductory Approach-Springer Verlag, New York.*

Mapa IV - Inferência Estatística

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Inferência Estatística

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Statistical Inference

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):*Semestral***4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):***156***4.4.1.5. Horas de contacto:***OT: 5 TP: 45***4.4.1.6. Créditos ECTS:***6***4.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***4.4.1.7. Observations:***<no answer>***4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):***Lígia Carla Pinto Henriques Jorge Rodrigues (TP:15, OT:3)***4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:***Dulce Maria de Oliveira Gomes (TP:15, OT:1)**Gonçalo João Costa Jacinto (TP:15, OT:1)***4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Os objetivos de aprendizagem da unidade curricular são:*

- *Obter uma sólida formação em conceitos fundamentais da probabilidade e da inferência estatística.*
- *Conhecer a teoria estatística geral da inferência clássica e bayesiana.*
- *Saber utilizar e aplicar os métodos clássicos e modernos de inferência estatística.*
- *Aplicar os conhecimentos adquiridos no estudo de novos modelos, nomeadamente na dedução e/ou compreensão dos estimadores dos seus parâmetros bem como de toda a inferência estatística a estes associados.*
- *Capacidade para comunicar ideias e conhecimentos científicos, sob a forma oral ou escrita, que envolvam o uso e/ou a interpretação dos conceitos da inferência estatística.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):*The learning outcomes of the course are:*

- *Obtain a solid background in fundamental concepts of probability and statistical inference.*
- *Know the general statistical inference theory of classical and Bayesian approaches.*
- *Know how to use and apply the classic and modern methods of statistical inference.*
- *Apply the knowledge acquired in the study of new models, namely in the deduction and/or understanding of their parameters estimators as well the statistical inference associated with them.*
- *Ability to communicate ideas and scientific knowledge, in oral or written form, involving the use and/or interpretation of the concepts of statistical inference.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Conceitos fundamentais de probabilidade: medida e probabilidade, teorema de bayes, vetores aleatórios, distribuições marginais e condicionadas, valores esperados, funções geradoras e transformada de Laplace, funções de vetores aleatórios e transformações, convergências estocásticas e teoremas limite.*
- *Distribuições amostrais e estimação pontual: métodos de estimação de momentos, máxima verosimilhança, mínimos quadrados. Propriedades dos estimadores.*
- *Estimação intervalar clássica: métodos de obtenção de estimadores intervalares e propriedades.*
- *Testes de hipóteses clássicos: dualidade e tipos de erro, testes de razão de verosimilhanças, propriedades dos testes.*
- *Inferência estatística bayesiana: distribuições a priori e posteriori. Estimação pontual e intervalar bayesiana: intervalos de credibilidade e de máxima densidade à posteriori.*
- *Testes de hipóteses bayesianos: critérios de comparação de modelos; fator de bayes e modelo mais provável a posterior.*

4.4.5. Syllabus:

- *Fundamental concepts of probability: measure and probability, bayes theorem, random vectors, marginal and conditioned distributions, expected values, Laplace transform and generator functions, random vector functions and transformations, stochastic convergences and limit theorems.*
- *Sample distributions and point estimation: methods of moments, maximum likelihood and least squares.*

Properties of estimators.

- **Classical interval estimation: methods of obtaining interval estimators and properties.**
- **Classic hypothesis tests: duality and error types, likelihood ratio tests, test properties.**
- **Bayesian statistical inference: a priori and posteriori distributions. Bayesian point and interval estimation: credibility and maximum density intervals a posteriori.**
- **Bayesian hypothesis testing: model comparison criteria; bayes factor and most likely posterior model.**

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos enunciados visam dar resposta aos objetivos da unidade curricular de fornecer os conceitos fundamentais da probabilidade e da inferência estatística para os alunos que não têm uma formação sólida em probabilidades e estatística.

Com esta formação o aluno tem a capacidade para compreender os conceitos fundamentais sobre a aplicabilidade das várias técnicas de inferência, quer pela abordagem clássica quer pela abordagem bayesiana.

Desta forma, e perante um dado conjunto de dados, o aluno encontra-se capacitado para proceder às devidas inferências estatísticas, saber quais os métodos que poderá utilizar, bem como dos pressupostos inerentes à sua aplicação e a correta interpretação dos mesmos.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus stated aims to meet the objectives of the course to provide the fundamental concepts of probability and statistical inference for students who do not have a solid background in probability and statistics.

With this course the student has the ability to understand the fundamental concepts statistical inference, either by the classical and Bayesian approaches.

With this course the student is able to make the appropriate statistical inferences, know which methods can use, as well as the assumptions inherent in their application and the correct interpretation of them.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A unidade curricular organiza-se em aulas teórico-práticas. As aulas são plenárias e assentam na dedução, compreensão e interpretação das várias técnicas estatísticas fomentando sempre uma atitude crítica e de rigor científico nos alunos. Introdução dos conceitos teóricos recorrendo a exemplos de aplicação abrangendo várias áreas.

Avaliação:

No regime de avaliação contínua serão realizados dois trabalhos obrigatórios contando cada um 25% da nota final e uma prova de avaliação que terá um peso de 50%

Caso não obtenha aprovação em avaliação contínua, o aluno realiza um exame final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

The curricular unit is organized in theoretical-practical classes. The classes are plenary and are based on the deduction, understanding and interpretation of the various statistical techniques always fostering a critical attitude and scientific rigor in the students. The introduction of theoretical concepts will be done by using application examples covering various areas.

Evaluation:

In the continuous evaluation regime, two compulsory works will be carried out, each counting 25% of the final grade and a test counting 50% of the final grade.

If not approved in continuous assessment, the student takes a final exam.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias adotadas parecem ser as mais adequadas, dado que não se pretende apenas dar noções básicas de como saber fazer, mas também fornecer os conhecimentos básicos teóricos da inferência estatística e que são fundamentais para outras unidades curriculares do mestrado.

Com os fundamentos teóricos lecionados quer a um nível de detalhe quer com a sua direta aplicação a um conjunto de dados, os alunos ficarão com a capacidade de compreender a importância da inferência estatística como unidade curricular base do mestrado, ficando também o aptos a prosseguir e compreender o estudo de outras técnicas estatísticas mais avançadas.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The adopted methodologies seem to be the most appropriate, since it is not only intended to give basic notions of how to know how to do, but also to provide the theoretical basic knowledge of statistical inference and that are fundamental to other curricular units of the master.

With the theoretical foundations taught at both a level of detail and its direct application to a dataset, students will be able to understand the importance of statistical inference as the master course's core curriculum, as well as being able to pursue and understand the study of other more advanced statistical techniques.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Casella, G. e Berger, R. L. (2002). *Statistical Inference*. (2nd ed). Duxbury Press.
- Lee, P. M. (2012). *Bayesian Statistics: An Introduction*. 4th Edition. Wiley Publishing.
- Murteira, B. J. F. (1990). *Probabilidades e Estatística (Volumes I e II)*. McGraw-Hill.
- Paulino, C.D., Turkman, M.A., Murteira, B., Silva, G.L. (2018). *Estatística Bayesiana (2nd ed.)*, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian
- Pestana, D. D. e Velosa, S. (2010). *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, 4ª ed., 1164 pp., Calouste Gulbenkian.

Mapa IV - Introdução à Geometria Algébrica**4.4.1.1. Designação da unidade curricular:***Introdução à Geometria Algébrica***4.4.1.1. Title of curricular unit:***Introduction to Algebraic Geometry***4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:***MAT***4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):***Semestral***4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):***156***4.4.1.5. Horas de contacto:***OT: 4 TP: 45***4.4.1.6. Créditos ECTS:***6***4.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***4.4.1.7. Observations:***<no answer>***4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):***Pedro Correia Gonçalves Macias Marques (TP:30, OT:2)***4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:***Rui Pedro Lima Pinto Ribeiro de Albuquerque (TP:15, OT:2)***4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

- *Conhecimentos: ter experiência com conjuntos algébricos e variedades algébricas, em particular curvas, objectos fundamentais da geometria algébrica, e com problemas neste contexto, aplicando técnicas gerais de álgebra e criando estratégias próprias para cada problema; ter contacto com aplicações da geometria algébrica a outras áreas da matemática.*
- *Aptidões e competências: desenvolver o raciocínio abstracto e a capacidade de encontrar estratégias para resolver novos problemas.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *Knowledge: having contact with algebraic sets and algebraic varieties, mainly algebraic curves, the central objects in algebraic geometry, and experiencing problems in this context, applying general algebraic techniques and creating strategies that are specific to each problem; exploring applications of algebraic geometry in other fields of mathematics.*
- *Skills and Competences: developing abstract reasoning and the capacity of finding strategies to solve new problems.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

*Conjuntos algébricos afins.
Teorema da base de Hilbert.
Nullstellensatz.
Variedades afins.
Propriedades locais de curvas planas.
Variedades projetivas e curvas projetivas planas.*

4.4.5. Syllabus:

*Affine algebraic sets.
Hilbert basis theorem.
Hilbert's Nullstellensatz.
Affine varieties.
Local properties of plane curves.
Projective varieties and projective plane curves.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos incluem os conceitos e resultados essenciais num estudo introdutório da geometria algébrica, nomeadamente os conjuntos algébricos, variedades algébricas e curvas; a experiência de resolver problemas desta natureza desafia os alunos a pensar de forma crítica e a criar resoluções próprias para os problemas.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes results that are essential in an introductory study of algebraic geometry, namely algebraic sets, algebraic varieties, and curves; experience in solving problems of this nature challenges students to think critically and to create their own resolutions to the problems.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*Aulas teórico-práticas de resolução de problemas, individualmente ou em pequenos grupos, pontuadas com momentos de exposição e discussão envolvendo toda a turma.
Avaliação contínua, através de duas ou três apresentações orais de temas a acordar com o docente, realizados preferencialmente nas próprias aulas, totalizando 100% da classificação (número de apresentações a definir pelo docente responsável, tendo em conta as características dos alunos e o plano de aulas), ou por exame final.
Avaliação formativa durante as aulas ou por tarefas a realizar fora da aula, para desenvolvimento do processo de aprendizagem; os elementos de avaliação formativa não terão peso na classificação final.*

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

*Problem-solving sessions, where students are invited to work on their own or in small groups, with some moments of exposition or discussion involving the whole class.
The evaluation may be either continuous, done through two or three oral presentations, done preferably during the classes, weighting 100% of the classification, the number of which is to be defined by the professor who is responsible for the course unit in each academic year, or by a final exam.
Formative evaluation is done in class or by tasks to be done outside class, to improve the learning process; the elements of formative evaluation will have no weight on the final classification.*

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O trabalho centrado no aluno promove a autonomia na resolução de problemas e estimula a criatividade para encontrar estratégias próprias; os assuntos abordados dão ao aluno experiência em estruturas algébricas.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

Student-centred work promotes autonomy in the resolution of problems and stimulates creativity to find their own strategies; the subjects addressed provide the student with experience with algebraic structures.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *M.F.Atiyah, I.G.Macdonald, (1969). Introduction to commutative algebra, Addison-Wesley Publishing Company.*
- *Robin Hartshorne (1997), Algebraic Geometry, Springer-Verlag.*
- *David Eisenbud, (1994). Commutative algebra : with a view toward algebraic geometry, Springer-Verlag.*
- *William Fulton, (1974). Algebraic cruves, An Introduction to Algebraic Geometry, Addison Wesley.*

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Introdução aos Semigrupos

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Introdution to Semigroups

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Manuel Baptista Branco (TP:30, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Pedro Correia Gonçalves Macias Marques (TP:15, OT:2)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- Conhecimentos: ter experiência com os objectos fundamentais da teoria de semigrupos e com problemas neste contexto, aplicando técnicas gerais de álgebra e criando estratégias próprias para cada problema; ter contacto com aplicações da teoria de semigrupos a outras áreas da matemática.
- Aptidões e competências: desenvolver o raciocínio abstracto e a capacidade de encontrar estratégias para resolver novos problemas.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- Knowledge: having contact with the main objects in the theory of semigroups and experiencing problems in this context, applying general algebraic techniques and creating strategies that are specific to each problem; exploring applications of the theory of semigroups in other fields of Mathematics.
- Skills and Competences: developing abstract reasoning and the capacity of finding strategies to solve new problems.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

Grupos comutativos finitamente gerados.
Monóides cancelativos finitamente gerados.
Semigrupos numéricos: apresentação minimal e limites superiores da cardinalidade.
Semigrupos numéricos irreduzíveis.

4.4.5. Syllabus:

Finitely generated commutative groups.
Finitely generated cancelative monoids.
Numerical semigroups: minimal presentation, cardinality superior limits.
Irreducible numerical semigroups.

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos incluem os conceitos e resultados essenciais num estudo introdutório da teoria dos

semigrupos, nomeadamente os semigrupos e monóides, semigrupos numéricos; a experiência de resolver problemas desta natureza desafia os alunos a pensar de forma crítica e a criar resoluções próprias para os problemas.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes results that are essential in an introductory study of the theory of semigroups, namely semigroups, monoids, numerical semigroups; experience in solving problems of this nature challenges students to think critically and to create their own resolutions to the problems.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas de resolução de problemas, individualmente ou em pequenos grupos, pontuadas com momentos de exposição e discussão envolvendo toda a turma.

Avaliação contínua, através de duas ou três apresentações orais de temas a acordar com o docente, realizados preferencialmente nas próprias aulas, totalizando 100% da classificação (número de apresentações a definir pelo docente responsável, tendo em conta as características dos alunos e o plano de aulas), ou por exame final.

Avaliação formativa durante as aulas ou por tarefas a realizar fora da aula, para desenvolvimento do processo de aprendizagem; os elementos de avaliação formativa não terão peso na classificação final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Problem-solving sessions, where students are invited to work on their own or in small groups, with some moments of exposition or discussion involving the whole class.

The evaluation may be either continuous, done through two or three oral presentations, done preferably during the classes, weighting 100% of the classification, the number of which is to be defined by the professor who is responsible for the course unit in each academic year, or by a final exam.

Formative evaluation is done in class or by tasks to be done outside class, to improve the learning process; the elements of formative evaluation will have no weight on the final mark.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O trabalho centrado no aluno promove a autonomia na resolução de problemas e estimula a criatividade para encontrar estratégias próprias; os assuntos abordados dão ao aluno experiência em estruturas algébricas.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

Student-centered work promotes autonomy in the resolution of problems and stimulates creativity to find their own strategies; the subjects addressed provide the student with experience with algebraic structures.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Robert Gilmer (1984). *Commutative semigroup rings*, The University of Chicago Press.
- Emília Giraldes and John M. Howie (1998). *Complete semigroups*, Centro de Matemática Universidade do Minho.
- Jorge Almeida (2000). *Finite semigroups: jewels and problems*, Centro de Matemática.
- John M. Howie (1995). *Fundamentals of semigroup theory*, Clarendon Press.

Mapa IV - Lógica Matemática

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Lógica Matemática

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Mathematical Logic

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Nuno Maria Gonçalves Soares Franco (TP:30, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Pedro Correia Gonçalves Macias Marques (TP:15, OT:2)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- *Saber formalizar afirmações em termos de fórmulas bem-formadas da lógica.*
- *Ter visão nas propriedades básicas da lógica proposicional e da lógica de primeira ordem.*
- *Saber relacionar problemas de consistência de colecções de fórmulas com a existência de modelos matemáticos, i.e. estruturas formalizadas na teoria axiomática dos conjuntos.*
- *Ter visão na diversidade das estruturas matemáticas associadas a uma teoria axiomática e das teorias axiomáticas válidas dentro de uma estrutura matemática.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *Capacity of formalizing in terms of well-formed formulae..*
- *Insight in the fundamental properties of propositional and first-order logic.*
- *Capacity to relate problems of consistency of collections of formulae to the existence of models, i.e. formalized structures in an axiomatic set theory.*
- *Insight in the diversity of mathematical structures associated to an axiomatics and the axiomatic theories valid in a given mathematical structure.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Lógica proposicional. Sintaxe e Semântica. Dedução e implicação lógica. Metateoremas de Validade e de Completude, consistência, compatibilidade. Propriedades fundamentais da Lógica proposicional: interpolação, compacidade, decidibilidade.*
- *Lógica de primeira ordem. Sintaxe, dedução. Semântica, modelos, implicação lógica. Metateoremas de Validade e de Completude, compacidade e teorema de Löwenheim-Skolem. Aplicações: raciocínios formais e informais, modelos não-standard da Aritmética.*

4.4.5. Syllabus:

- *Propositional logic. Syntax and Semantics. Deduction and logical implication. Metatheorems of Soundness and Completeness, consistency, compatibility. Fundamental properties of Propositional logic: Interpolation, compactness, decidibility.*
- *First-order logic. Syntax, deduction. Semantics, models, logical implication. Metatheorems of Soundness and Completeness, compactness and the Theorem of Löwenheim-Skolem. Applications: formal and informal reasoning, nonstandard models of arithmetic.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, uma vez que incluem todos os temas descritos nos objetivos apresentados.

Ao longo das aulas serão administrados todos os conteúdos necessários para se atingir os objetivos descritos.

Os alunos contactarão com resultados recentes nesta área para terem uma ideia sobre o estado da arte.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus is consistent with the objectives of the course, as they include all the themes described in the presented objectives.

Throughout the classes, all the necessary content to achieve the described objectives will be administered. Students will contact recent results in this area to get an idea of the state of the art.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição sistemática dos sistemas lógicos e de modelos. Ilustração dos conceitos e raciocínios da teoria por meio de exemplos concretos.

Processamento através de exercícios e de aplicações na argumentação. Verificação do nível da aquisição da matéria durante o período lectivo por meio de perguntas orientadas.

O estudante pode escolher uma das seguintes formas de avaliação:

1) Avaliação contínua que consiste na resolução das duas listas de exercícios em que são abordados temas ou problemas relacionados com os conteúdos programáticos. A classificação final é a média das classificações nas listas.

2) Avaliação por exame.

A avaliação formativa é feita em sala de aula para melhorar o processo de aprendizagem; os elementos de avaliação formativa não terão peso na classificação final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Systematic introduction to logical systems and models.

Illustration of concepts and arguments of the theory by means of concrete examples.

Processing by exercises and applications in other areas of mathematics.

Verification of the level of acquisition of the subject-matter during the period of lecturing by means of classroom questions.

The student can choose one of the following forms of assessment:

1) Continuous evaluation consisting of solving individually the two lists of exercises in which themes or problems related to the syllabus are addressed. The final classification is the average of the classifications on the lists.

2) Evaluation by exam.

Formative evaluation is done in class to improve the learning process; the elements of formative evaluation will have no weight on the final classification.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Opta-se por utilizar nas aulas uma plataforma de carácter teórico-prático de modo a dotar os alunos de processos e metodologias de análise e de demonstração de resultados.

A avaliação contínua pretende promover um acompanhamento semanal dos conteúdos e dirigir-se especialmente para os alunos que o realizam.

A avaliação por exame destina-se a avaliar a capacidade individual dos conhecimentos dos conteúdos.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The option for a theoretical and practical platform in classes will allow students to have skills and methods of analysis and proof for mathematical results.

Continuous assessment is intended to promote weekly monitoring of the content and is aimed especially at the students who take it.

The exam assessment is intended to assess the individual capacity of knowledge of the contents.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- **H.B.Enderton (2001). A Mathematical Introduction to Logic, Harcourt/Academic Press, London, 2ª edição.**
- **A.J.Franco de Oliveira (2010). Lógica e aritmética, Gradiva, 3ª edição.**
- **E.Mendelson, (2009) Introduction to Mathematical Logic, 5ª edição, Chapman&Hall.**
- **J.Barwise, J.Etchemendy (1992). The language of first-order logic. Third edition. CSLI Lecture Notes, 34. Stanford University, Center for the Study of Language and Information, Stanford, CA.**
- **A.Nerode, R.A.Shore (1993). Logic for Applications, Springer-Verlag.**

Mapa IV - Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Métodos Qualitativos em Equações Diferenciais

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Qualitative Methods in Differential Equations

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Feliz Manuel Barrão Minhós (TP:15, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Luís Miguel Zorro Bandeira (TP:15, OT:1)

Maria Clara da Palma Carlota (TP:15, OT:1)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

As equações e problemas diferenciais não lineares modelam muitos e variados fenómenos da vida real. Contudo nem sempre existe métodos para a sua resolução e, quando existem, não são necessariamente de fácil aplicação.

Nesta unidade curricular pretende-se fornecer técnicas e metodologias com as quais é possível obter por um lado condições suficientes que garantam a existência de solução para equação ou problema e, por outro lado, obter informações qualitativas sobre essa solução, mesmo sem a ter determinado implica ou explicitamente.

Isto é, mesmo sem ter uma expressão analítica sobre a solução, pode-se conhecer o seu sinal, variação, estrutura, monotonia, convexidade, natureza, a sua relação de ordem com outras possíveis soluções.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Nonlinear differential problems and equations model many different phenomena in real life. However, there are not always methods for its resolution and, if any, they are not necessarily easy to apply.

This course aims to provide techniques and methodologies which is possible to obtain, on the one hand sufficient conditions that guarantee the existence of solution to the equation or problem and, on the other hand, qualitative information about this solution, even without having an explicit or implicit expression for it. That is, even without an analytical expression of the solution, it is possible to know its sign, range, structure, monotony, convexity, nature, its order relation with other possible solutions.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- **Métodos Variacionais:** Teorema da Deformação e condições de Palais-Smale. Teoremas de min-max. Teorema da Passagem da Montanha. Pontos de Sela. Teoremas de Enlace.
- **Teoria oscilatória.** Condições necessárias e suficientes para a existência de soluções oscilatórias.
- **Problemas ressonantes.**
- **Soluções homoclínicas e heteroclínicas.**
- **Teoria da bifurcação.**

4.4.5. Syllabus:

- **Variational Methods:** Deformation Theorem and Palais-Smale conditions. Min-max theorems. Mountain Pass Theorem. Saddle Points. Link Theorems.
- **Oscillatory theory.** Necessary and sufficient conditions for the existence of oscillatory solutions.
- **Resonant Problems.**
- **Homoclinical and heteroclinic solutions.**
- **Bifurcation theory.**

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Parte do conteúdo programático fornece métodos para garantir e/ou discutir a existência de solução para a equação ou problema por um lado e, por outro, obter informações qualitativas sobre essa mesma solução, tais como possibilidade de oscilação, existência de soluções não triviais em domínios limitados e não limitados.

A outra parte refere-se a técnicas que permitem discutir a multiplicidade de soluções dependendo de

parâmetros relacionados, ou não, com os valores próprios.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Part of the syllabus provides methods to guarantee and/or discuss the existence of a solution to the equation or the problem and obtain qualitative information about that same solution, such as the possibility of oscillation, existence of non-trivial solutions in bounded or unbounded domains.

The other part refers to techniques that allow the discussion of multiplicity of solutions depending of some parameters relate, or not, with the eigenvalues.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Os alunos terão à sua disposição no Moodle todo o material utilizado nas aulas, que são compostas por uma apresentação e discussão inicial dos temas a estudar, seguido de aplicações práticas ilustrativas.

O estudante pode escolher uma das seguintes formas de avaliação:

1) Avaliação contínua composta pela apresentação de quatro trabalhos em que sejam abordados temas ou problemas relacionados com o conteúdo programático. Cada trabalho tem um peso de 25% para a classificação final;

2) Avaliação por exame, com possibilidade de consulta a material produzido pelo próprio aluno.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Students will have at their disposal in Moodle all material used in classes, which are composed of an initial presentation and discussion of themes to be studied, followed by illustrative practical applications.

The student can choose one of the following forms of assessment:

1) Continuous evaluation consisting of the presentation of four works in which themes or problems related to the syllabus are addressed. Each work has a weight of 25% for the final classification;

2) Evaluation by exam, with the possibility of consulting material produced by the student.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Na parte inicial da aula serão apresentados os conteúdos seguidos de uma parte ilustrativa da sua aplicabilidade. O objetivo é dar uma ideia clara e precisa dos aspetos teóricos envolvidos e sua aplicação potencial às Equações Diferenciais.

A realização de dois processos de avaliação pretende abranger vários tipos de alunos: os que preferem seguir regularmente o conteúdo das aulas e culminam o seu trabalho com uma prova, e os que preferem fazer uma concretização de alguma questão do programa.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

In the first part of the lesson will be presented contents followed by an illustrative part of their applicability. The aim is to give a clear and precise idea of the theoretical aspects involved and their potential application to Differential Equations.

The completion of two processes of evaluation is intended to cover various types of students: Those who prefer to follow regularly the content of classes and culminate their work with a test, and those who prefer to make a concrete implementation of some issue of the program.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- **Feliz Minhós (2001).** *Métodos Topológicos e Variacionais em Problemas não Lineares com Valores na Fronteira.*
- **Luís Sanchez (1993).** *Métodos da Teoria de Pontos Críticos, Textos de Matemática, Vol.I, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.*
- **J. Fialho, F. Minhós (2014).** *High order Boundary Value Problems: Existence, localization and multiplicity results, Mathematics Research Developments Series, Nova Science Publishers, Inc.*
- **E. Zeidler (1986).** *Nonlinear Functional Analysis and its Applications, Vol.I Fixed-Point Theorems, Springer-Verlag.*
- **Feliz Minhós (2009).** *Equações Diferenciais Ordinárias, 227 pages.*
- **S.Guo, J.Wu (2013).** *Bifurcation Theory of Functional Differential Equations, Applied Mathematical Sciences 184, Springer-Verlag New York.*
- **Feliz Minhós (2008)** *On some third order nonlinear boundary value problems: existence, location and multiplicity results, J. Math. Anal. Appl., Vol. 339/2, 1342-1353.*

Mapa IV - Operadores Compactos e Equações Integrais

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Operadores Compactos e Equações Integrais

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Compact Operators and Integral Equations

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Feliz Manuel Barrão Minhós (TP:15, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Carlos Correia Ramos (TP:15, OT:1)

Luís Miguel Zorro Bandeira (TP:15, OT:1)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Objetivos:

- *Aprofundar os conhecimentos de Teoria de Operadores em geral, e dos operadores compactos em particular*
- *Aplicar à teoria de Operadores resultados da Análise Funcional linear e não linear.*
- *Adquirir competências para aplicar estes métodos a várias áreas da Análise, tais como as Equações Diferenciais Ordinárias, Parciais e/ou Funcionais, bem como a Equações Integrais.*

Competências:

- *Desenvolver pensamento abstrato para resolver, de forma mais simples e com maior generalidade, problemas concretos em Análise.*
- *Capacidade de abstração, intuição criativa, construção de modelos e espírito crítico.*
- *Aproveitar a menor exigência de regularidade das Equações Integrais para garantir a solvabilidade de problemas de valor inicial ou com valores na fronteira.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Objectives:

- *Deepen knowledge of Operator Theory in general, and compact operators in particular*
- *Apply linear and non-linear Functional Analysis results to Operators' theory.*
- *Acquire skills to apply these methods to various areas of Analysis, such as Ordinary, Partial, and/or Functional Differential Equations, as well as Integral Equations.*

Skills:

- *Develop abstract thinking to solve, in a simpler and more general way, concrete problems in Analysis.*
- *Ability to abstract, creative intuition, model building, and critical thinking.*
- *Take advantage of the lesser regularity requirement of the Integral Equations to guarantee the solvency of problems with an initial value or with values at the boundary.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Operadores compactos em espaços de Banach. Operadores Lineares Compactos. Operadores compactos não lineares e Problemas com Valores na Fronteira. Operadores compactos definidos em intervalos compactos e não compactos. Teoria de ponto fixo em conjuntos não compactos.*
- *Operadores compactos em cones.*
- *Equações integrais de Volterra e de Hammerstein.*

- *Problemas de valores na fronteira e equações integrais.*
- *Sistemas de Equações Integrais.*
- *Sistemas de Lotka-Volterra e modelos de predador-presa.*

4.4.5. Syllabus:

- *Compact Operators in Banach Spaces. Compact Linear Operators. Nonlinear Compact Operators and Boundary Value Problems. Compact operators defined in compact and non-compact intervals. Fixed point theory on non-compact sets.*
- *Compact operators in cones.*
- *Volterra and Hammerstein integral equations.*
- *Boundary Value Problems and Integral Equations.*
- *Integral Equation Systems.*
- *Lotka-Volterra systems and predator-prey models.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, uma vez que incluem todos os temas descritos nos objetivos apresentados.

Ao longo das aulas serão administrados todos os conteúdos necessários para se atingir os objetivos descritos.

Os alunos contactarão com resultados recentes nesta área para terem uma ideia sobre o estado da arte.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus is consistent with the objectives of the course, as they include all the themes described in the presented objectives.

Throughout the classes, all the necessary content to achieve the described objectives will be administered.

Students will contact recent results in this area to get an idea of the state of the art.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são teórico-práticas, sendo utilizada uma metodologia estruturada para a apresentação dos conteúdos programáticos, apoiada em materiais colocados à disposição dos alunos, e na exemplificação de aplicações dos principais resultados.

O estudante pode escolher uma das seguintes formas de avaliação:

- 1) *Avaliação contínua composta pela apresentação de quatro trabalhos em que sejam abordados temas ou problemas relacionados com o conteúdo programático. Cada trabalho tem um peso de 25% para a classificação final;*
- 2) *Avaliação por exame, com possibilidade de consulta a material produzido pelo próprio aluno.*

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Classes are theoretical and practical, using a structured methodology for the presentation of the syllabus, supported by materials made available to students, and in examples of applications of the main results.

The student can choose one of the following forms of assessment:

- 1) *Continuous evaluation consisting of the presentation of four works in which themes or problems related to the syllabus are addressed. Each work has a weight of 25% for the final classification;*
- 2) *Evaluation by exam, with the possibility of consulting material produced by the student.*

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Opta-se por utilizar nas aulas uma plataforma de carácter teórico-prático de modo a dotar os alunos de processos e metodologias de análise e de demonstração de resultados.

A avaliação contínua pretende promover um acompanhamento semanal dos conteúdos e dirigir-se especialmente para os alunos que o realizam.

A avaliação por exame destina-se a avaliar a capacidade individual dos conhecimentos dos conteúdos.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The option for a theoretical and practical platform in classes will allow students to have skills and methods of analysis and proof for mathematical results.

Continuous assessment is intended to promote weekly monitoring of the content and is aimed especially at the students who take it.

The exam assessment is intended to assess the individual capacity of knowledge of the contents.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *F.Minhós, R. de Sousa (2022). Nonlinear higher order differential and integral coupled systems, Trends in Abstract and Applied Analysis, Vol 10, World Scientific.*
- *R. Agarwal, D.O'Regan (2001). Infinite Interval Problems for Differential, Difference and Integral Equations, Kluwer Academic Publisher, Glasgow.*
- *E. Kreyszig (1978). Introductory Functional Analysis with Applications, John Wiley & Sons.*

- **D. Guo, V. Lakshmikantham (1988). *Nonlinear Problems in Abstract Cones*, Elsevier Inc, Academic Press Inc..**
- **V.Hutson, J.S.Pym and M.J.Cloud (2005). *Applications of Functional Analysis and Operator Theory, Mathematics in science and engineering 200*, Elsevier.**

Mapa IV - Otimização Funcional

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:
Otimização Funcional

4.4.1.1. Title of curricular unit:
Functional Optimization

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:
MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):
Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):
156

4.4.1.5. Horas de contacto:
OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:
6

4.4.1.7. Observações:
<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:
<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):
Luís Miguel Zorro Bandeira (TP:15, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:
Maria Clara da Palma Carlota (TP:15, OT:1)
Luís Manuel Balsa Bicho (TP:15, OT:1)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Objetivo:
-Formação básica em teoria abstrata da Otimização Funcional, com vista ao desenvolvimento futuro, quer dos conhecimentos nesta área, quer da sua utilização noutras áreas da Matemática, Física, Economia, etc.

Aptidões e competências:

- Desenvolver pensamento abstrato para resolver, de forma mais simples e com maior generalidade, problemas concretos de outras áreas, por exemplo Economia, Engenharia, Biologia, Mecânica, Ótica, etc.*
- Capacidade de abstração, intuição criativa, construção de modelos e espírito crítico.*
- Capacidade de exposição oral e escrita dos resultados conseguidos.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
Objective:

- Basic formation in functional optimization with the aim of developing the knowledge of students in this area or its use in other areas of mathematics, physics, economics, etc.*

Skills and competencies:

- Develop abstract thought as a means of solving, with both greater generality & simplicity, specific problems of other areas, e.g.. economics, engineering, biology, mechanics, optics, etc.*
- Abstraction skills, creative intuition, model construction and spirit of criticism.*
- Skills for explaining the obtained results, both orally and written.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Introdução. Exemplos clássicos (braquistócrona, problema de Newton da resistência mínima, ...)*
- *Pré-requisitos de Análise Funcional e Análise Convexa.*
- *Métodos clássicos. Métodos diretos.*
- *Teoria do controlo. Controlabilidade. Controlo Ótimo.*
- *Problemas de tempo mínimo lineares autónomos: existência de controlo de tempo mínimo e controlos extremais; normalidade e unicidade do controlo ótimo.*

4.4.5. Syllabus:

- *Introduction. Classical examples (brachistochrone, Newton's problem of minimal resistance, ...).*
- *Prerequisites of Functional Analysis and Convex Analysis.*
- *Classical methods. Direct methods.*
- *Control theory. Controllability. Optimal control.*
- *Minimal time linear autonomous problems: existence of an optimal control and extremal controls; normality and uniqueness of the optimal control.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A estruturação dos conteúdos programáticos foi realizada tendo em consideração a necessária coerência dos mesmos com o objetivo definido para esta unidade curricular. De facto, os conteúdos que compõem as diferentes secções proporcionam uma visão essencial mas ampla da otimização funcional, e contemplam os conceitos, resultados e métodos que, adquiridos pelos alunos, lhes permitirão um futuro desenvolvimento dos seus conhecimentos nesta área, ou a sua aplicação a outras áreas científicas.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The structure of the syllabus was conceived taking into consideration the intended coherence with the objective of this course. Indeed, the contents of different sections provide an essential but broad overview of functional optimization, and include the concepts, methods and results that, acquired by the students, will allow them to further develop their knowledge in this area or its application to other scientific areas.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição estruturada, exemplificação com ênfase nas aplicações, resolução de exercícios. Estimular a iniciativa dos alunos, por forma a que o decorrer das aulas seja centrado essencialmente na atividade dos alunos, guiados pelo docente; em vez de na atividade do docente, copiado pelos alunos. Nomeadamente no que respeita a apresentação de dúvidas e/ou sugestões de aplicação e/ou exposição dos conteúdos, a resolução de exercícios, a participação em discussões, etc.

Avaliação:

- Avaliação contínua - dois testes escritos com igual peso no resultado final (50%) ou um teste escrito e um trabalho escrito elaborado pelo aluno ambos com igual peso no resultado final (50%). É exigida a classificação mínima de 8 valores em cada teste/trabalho para obter aprovação;

ou

- Regime de Exame - um exame com o peso de 100% no resultado final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Structured exposition, examples with emphasis on applications and on solving exercises. To stimulate students' initiative, so that classes become essentially centered on students' activities, guided by their teacher; instead of on teacher's activities, copied by students. Particularly in what concerns submission of questions and / or suggestions of application and / or description of contents, the solving of exercises, participation in discussions, etc.

Evaluation:

- Continuous evaluation - two tests with equal weight in the final result (50%) or one written test and one written work elaborated by the student both with equal weight in the final result (50%). A minimum classification of 8 marks is required in each test/work to obtain approval;

or

- Exam regime - one exam with a weight of 100% in the final result.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino adotada foi planeada de acordo com o objetivo a alcançar e as competências e aptidões a desenvolver pelos alunos. As aulas visam não só a exposição, exemplificação e aplicação dos conteúdos programáticos, mas também orientar o aluno no seu estudo individual. Como reforço do processo de aprendizagem, os alunos são solicitados e incentivados a participar ativamente nas aulas e nas tarefas propostas pelos docentes.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The teaching methodology adopted was planned in accordance with the objectives to be achieved and the skills and competences to be developed by students. In classes it is intended not only to teach, illustrate and apply the syllabus, but also to guide students in their individual study. To reinforce the learning process, students are invited and encouraged to participate actively in class and in tasks proposed by lecturers.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Pedregal, P. (2017). *Optimization and Approximation*. Springer.
- Dacorogna, B. (2015). *Introduction to the Calculus of Variations*. 3rd edition, Imperial College Press.
- Dacorogna, B. (2008). *Direct methods in the calculus of variations*. 2nd edition, Springer.
- Macki, J., & Strauss, A. (2012). *Introduction to optimal control theory*. Springer.
- Agudo F. R. D. (1992). *Análise Real*, vol. 3. Escolar Editora.
- Cesari, L. (1983). *Optimization – theory and applications: problems with ordinary differential equations*. Springer.
- Hiriart-Urruty, J. B., & Lemaréchal, C. (2001). *Fundamentals of convex analysis*. Springer.

Mapa IV - Otimização Numérica

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Otimização Numérica

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Numerical Optimization

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Vladimir Alekseevitch Bushenkov: 22.5 (TP) + 4h (OT).

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Marília da Conceição Valente Oliveira Pires: 22.5h (TP).

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Dar uma sólida introdução aos métodos numéricos de Otimização nas vertentes teórica e aplicada. Criar competências que permitam a escolha do algoritmo mais correto para a resolução de problemas de aplicação prática através de Software específico. Pretende-se ainda que o aluno tenha uma visão crítica sobre os limites quer dos métodos matemáticos quer da capacidade e particularidades do Software mais usual.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To give a solid training on numerical methods of Optimization in terms of theory and applications. The student will be able to choose the best algorithm to solve practical real life problems with specific software. It is intended too that the student acquires the competence to have a critical view on the models and software limitations.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

Teoria clássica de otimização. Condições necessárias e suficientes de extremo. Conjuntos e funções convexas.

Métodos numéricos de otimização para funções de uma e de várias variáveis sem restrições.

Métodos numéricos de otimização com restrições. Funções de penalização. Método do ponto interior.

Algoritmos genéticos e evolutivos.

Implementação dos algoritmos em Python. Software para otimização numérica (pacote SciPy).

4.4.5. Syllabus:

Classical theory of optimization. Necessary and sufficient extreme conditions. Convex sets and functions.

Numerical optimization methods for unrestricted one and multiple variable functions.

Constrained numerical optimization methods. Penalty functions. Interior point method.

Introduction to genetic and evolutionary algorithms.

Implementation of algorithms in Python. Software for numerical optimization (SciPy package).

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A disciplina aborda uma série de métodos e algoritmos para resolver os problemas de otimização. Os tópicos considerados no programa são os mais representativos e com grande potencial para aplicação em empresas ou serviços. A abordagem teórica dos métodos é acompanhada pela forte componente computacional facilitando a aplicação dos conhecimentos dos estudantes na prática.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course covers a number of methods and algorithms for solving optimization problems. The topics considered in the program are the most representative and with great potential for application in companies or services. The theoretical approach of the methods is accompanied by the strong computational component facilitating the application of students' knowledge in practice.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição estruturada, exemplificação com ênfase para as aplicações, resolução de exercícios, implementação dos alguns algoritmos em Python.

A avaliação contínua é privilegiada e incidirá numa prova final sobre os conteúdos abordados (50%) e num projeto computacional individual (ou em pequeno grupo) apresentado publicamente (50%).

Na avaliação por exame, pode ser necessário o recurso ao computador para a resolução das algumas questões.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Structured exposition with application emphasis, exercise solving, implementation of some algorithms em Python.

Continuous evaluation is privileged and consists of a final test on the covered contents (50%) and a individual (or in small group) computational project presented publicly (50%).

At the evaluation by exam, it may be necessary to use computational tools to solve some questions.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O método de ensino com as quatro componentes: exposição estruturada, exemplificação, implementação computacional dos métodos e análise experimental permite a aplicação do raciocínio lógico-dedutivo que caracteriza os conteúdos matemáticos lecionados. Desta forma, cria-se um equilíbrio entre a aquisição de conhecimentos formais, autonomia dos alunos e capacidade de utilização dos conhecimentos adquiridos nas áreas relevantes.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The teaching methodologies with the four components: structured exposition, exemplification, computational implementation and experimental analysis allows the application of logical-deductive reasoning that characterizes the mathematical contents taught. This creates a balance between formal knowledge acquisition, student autonomy and the ability to use the knowledge acquired in the relevant areas.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

Aragón, F. J., Goberna, M. A., López, M. A., Rodríguez, M. M. (2019). Nonlinear optimization. Springer International Publishing.

Chong, E., Zak, A. (2001). *An Introduction to Optimization*. J. Wiley & Sons, Inc.
 Belegundu, A., Chandrupatla, T. (2011). *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. Cambridge University Press.
 Smirnov, G., Bushenkov, V. (2004). *Curso de Optimização: Programação Matemática, Cálculo de Variações, Controlo Ótimo*. Escolar Editora.
 Branke, J., Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., Slowiński, R. (Eds.). (2008). *Multiobjective optimization: Interactive and evolutionary approaches* (Vol. 5252). Springer Science & Business Media.
 Johansson, R. (2019). *Numerical Python*. Apress.

Mapa IV - Processos Estocásticos e Aplicações

4.4.1.1. Designação da unidade curricular: *Processos Estocásticos e Aplicações*

4.4.1.1. Title of curricular unit: *Stochastic Processes and Applications*

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere: *MAT*

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral): *Semestral*

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho): *156*

4.4.1.5. Horas de contacto: *OT: 4 TP: 45*

4.4.1.6. Créditos ECTS: *6*

4.4.1.7. Observações: *<sem resposta>*

4.4.1.7. Observations: *<no answer>*

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo): *Gonçalo João da Costa Jacinto (TP:30, OT:2)*

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular: *Dulce Maria de Oliveira Gomes (TP:15, OT:2)*

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes): *Objetivos de aprendizagem:* *Em termos gerais, pretende-se fornecer conceitos teóricos fundamentais para análise de fenómenos, em tempo discreto e contínuo, sujeitos a incertezas. Estudo de modelos matemáticos para diversos fenómenos aleatórios que evoluem ao longo do tempo: tempo discreto e tempo contínuo. Estudo autónomo de outros modelos, apropriados para a resolução de casos práticos com que os alunos se poderão deparar no futuro.*

Competências a adquirir pelo estudante:
Pretende-se que ao terminarem a unidade curricular os alunos estejam aptos a construir modelos matemáticos para fenómenos aleatórios que evoluem ao longo do tempo.
Aquisição dos conceitos teóricos fundamentais sobre processos estocásticos, bem como a sua importância na aplicação a fenómenos reais.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students): *The learning outcomes are:* *In general, aims to provide fundamental theoretical concepts for analyzing discrete and continuous time phenomena, subject to uncertainties.* *Study of mathematical models for various random phenomena that evolve over time: discrete time and*

continuous time.

Self-study of other models, suitable for the resolution of practical cases in which the students may encounter in the future.

The skills to be developed by the student:

It is intended that the students are able to build mathematical models for random phenomena that evolve over time.

Acquisition of fundamental theoretical concepts of stochastic processes, as well as its importance in to application to real life phenomena.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

Conceitos gerais sobre Processos Estocásticos.

Martingalas e Aplicações.

Cadeias de Markov em tempo discreto.

Processo de Poisson homogéneo, não homogéneo e composto.

Processos de nascimento e morte.

Introdução às filas de espera.

Processos de renascimento.

Métodos de simulação de Monte Carlo.

4.4.5. Syllabus:

General concepts of Stochastic Processes.

Martingales and applications.

Discrete-time Markov chains.

Homogeneous, nonhomogeneous and compound Poisson processes.

Birth and death processes.

Introduction to queueing theory.

Renewal processes.

Monte Carlo simulation methods.

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias utilizadas procuram dar uma formação base ao aluno na área dos Processos Estocásticos de modo que na altura da realização do seu projeto de dissertação e na sua vida profissional futura consiga utilizar e aplicar de forma adequada a teoria dos Processos Estocásticos, utilizando-se por isso nas aulas exemplos reais de aplicação dos Processos Estocásticos abordados.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The methodologies discussed aim to provide a basic training to the student in the area of Stochastic Processes, so that at the time of his dissertation project and in his future professional life he can use and apply properly the theory of Stochastic Processes, for this purpose, examples of real life applications are commonly presented in classes.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas lecionadas no quadro e/ou com recurso a exposição de slides.

Introdução dos conceitos teóricos e de exercícios de aplicação recorrendo a exemplos em várias áreas, procurando assim sensibilizar os alunos para a importância da matéria exposta.

Privilegiar a avaliação contínua: 2 frequências (50%) e 2 trabalhos individuais ou em grupo (50%).

Avaliação em regime de exame: exame final (50%) e a realização de um trabalho (50%).

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Lectures and practical classes taught in the blackboard.

Introduction to theoretical concepts and practical exercises using examples in several areas, thus seeking to sensitize students to the importance of the exposed topics.

To privilege continuous evaluation, with 2 tests (50%) and 2 individual or group homeworks (50%).

Evaluation under examination: a final exam (50%) and an application homework (50%).

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino procuram permitir que o aluno compreenda a teoria essencial dos Processos Estocásticos recorrendo à análise de aplicações reais, de modo a que o aluno se motive pela perceção da importância deste tipo de matéria para o seu curso e para a sua vida profissional.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

Teaching methodologies seek to enable the student to understand the essential theory of Stochastic

Processes by analyzing real applications, so that the student is motivated by the perception of the importance of this type of subjects for his/her academic and professional life.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

1. Dobrow, R. P. (2016). *Introduction to Stochastic Processes with R*. Wiley, 1st Edition.
2. Karlin, S. e Taylor, H. M. (1990). *A First Course in Stochastic Processes*, 2nd ed., New York: Academic Press.
3. Kijima, M. (1997). *Markov Processes for Stochastic Modelling*. London: Chapman & Hall.
4. Muller, D. (2007). *Processos Estocásticos e Aplicações*. Coimbra: Edições Almedina.
- 4.. Resnick, S. (1992). *Adventures in Stochastic Processes*. Boston: Birkhäuser.
5. Ross, S. M. (1996). *Stochastic Processes*. 2nd ed., New York: John Wiley & Sons.
6. Ross, S.M. (2007). *Introduction to Probability Models*, 9th ed. Boston: Academic Press.

Mapa IV - Seminário em Matemática I

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Seminário em Matemática I

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Mathematics Seminar I

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 20 T: 10

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Vladimir Alekseevich Bushenkov (OT:1)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Docentes doutorados com especialidade nas áreas disciplinares do MMAT (T:10, OT:19)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- *O objetivo principal consiste em fomentar o alcance de uma visão global sobre o estado atual do conhecimento científico na área de Matemática, através do contacto com projetos e percursos de investigação concretos e partilha de experiências com investigadores ativos.*
- *Desenvolver as capacidades de leitura crítica, compreensão e sumarização de trabalhos científicos.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *The main goal consists of promoting a global perspective and the current state of the scientific knowledge in Mathematics, through contact with projects, people actively involved in research, and sharing of successful stories and experiences.*
- *Develop abilities related to critical reading, understanding, and summarizing existing scientific work.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Apresentações realizadas por docentes do DMAT e investigadores do CIMA-UÉ, e por investigadores convidados externos, a divulgarem as suas áreas de investigação.*
- *Apresentações dos alunos do 4.º semestre sobre temas das suas dissertações.*
- *Apresentação do software para investigação em Matemática (LaTeX, software livre do cálculo numérico e simbólico).*

4.4.5. Syllabus:

- *Presentations made by the institutional faculty and CIMA-UÉ researchers, and by external guest researchers, to publicize their research areas.*
- *Presentations by 4th semester students on themes of their dissertations.*
- *Presentation of software for research in Mathematics (LaTeX, free software for numerical and symbolic computations).*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Contactando com diferentes temas da Matemática e temas de dissertações em desenvolvimento, os alunos poderão optar de uma forma mais consciente pela área/tema em que poderão realizar a sua dissertação e, eventualmente, prosseguir o seu ciclo de estudos.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Contacting with different themes of Mathematics and themes of dissertations in development, students will be able to choose in a more conscious way the area/topic in which they will be able to carry out their dissertation and, possibly, to continue their studies.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Apresentações do corpo docente institucional e/ou convidados externos, sobre diversos temas que podem ser de interesse para a dissertação/estágio dos alunos.

Os alunos terão de assistir a, pelo menos, 50% dos seminários e escolher, pelo menos, dois tópicos para elaborar, sob supervisão, uma monografia sobre cada um destes. A nota final será a média aritmética das classificações obtidas nas duas monografias.

Esta UC não admite avaliação por exame.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Presentations by the institutional faculty and/or external guests, on various topics that may be of interest for the dissertation/internship of students.

Students must to attend at least 50% of the seminars and choose at least two topics to prepare, under supervision, a monograph on each of these. The final grade will be the arithmetic average of the ratings obtained in the two monographs.

This UC does not admit assessment by exam.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os alunos, com a metodologia proposta, têm a possibilidade de contactar com vários temas, técnicas e processos matemáticos que lhes permitem uma visão mais global e abrangente da Matemática.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

With proposed methodology, the students have an opportunity to contact with various themes, techniques and mathematical processes that allow them a more global and comprehensive knowledge of Mathematics.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

Each speaker will provide bibliography related to his subject.

Mapa IV - Seminário em Matemática II

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Seminário em Matemática II

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Mathematics Seminar II

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 20 T: 10

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Vladimir Alekseevich Bushenkov (OT:1)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Docentes doutorados com especialidade nas áreas disciplinares do Mestrado (T:10, OT:19)

Qualquer docente ou investigador convidado a participar com palestra(s)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- O objetivo principal consiste em fomentar o alcance de uma visão global sobre o estado atual do conhecimento científico na área de Matemática, através do contacto com projetos e percursos de investigação concretos e partilha de experiências com investigadores ativos.*
- Desenvolver as capacidades de leitura crítica, compreensão e sumarização de trabalhos científicos.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- The main goal consists of promoting a global perspective and the current state of the scientific knowledge in Mathematics, through contact with projects, people actively involved in research, and sharing of successful stories and experiences.*
- Develop abilities related to critical reading, understanding, and summarizing existing scientific work.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- Apresentações realizadas por docentes do DMAT e investigadores do CIMA-UÉ, e por investigadores convidados externos, a divulgarem as suas áreas de investigação.*
- Metodologias de investigação. Fases de elaboração de um trabalho científico. Apresentação e divulgação de trabalhos científicos.*
- Preparação e apresentação dos planos de elaboração da dissertação pelos alunos.*

4.4.5. Syllabus:

- Presentations by the institutional faculty and researchers from CIMA-UÉ, and by external guest researchers, to publicize their research areas.*
- Research methodologies. Phases of elaboration of a scientific work. Presentation and dissemination of scientific works.*
- Preparation and presentation of dissertation plans by students.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos escolhidos permitem aos alunos tomar contacto com as principais técnicas da investigação na área do curso, de forma a fornecer aos alunos os conhecimentos e autonomia necessários para a elaboração da dissertação e, também, para o seu futuro enquanto investigador ou profissional na área de Matemática.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The chosen contents allow students to get in touch with the main research techniques in the course area, in order to provide students with the necessary knowledge and autonomy for the preparation of the dissertation and for their future as a researcher or professional in the field of Mathematics

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Apresentações do corpo docente institucional e/ou convidados externos, sobre diversos temas que podem ser de interesse para a dissertação dos alunos.

Os alunos terão de assistir a, pelo menos, 50% dos seminários e escolher, pelo menos, dois tópicos para elaborar, sob supervisão, uma monografia sobre cada um destes. A nota final será a média aritmética das classificações obtidas nas duas monografias. O aluno deve preparar e apresentar o plano de desenvolvimento da sua tese.

Esta UC não admite avaliação por exame.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Presentations by the institutional faculty and/or external guests, on various topics that may be of interest to the dissertation of the students.

Students will have to attend at least 50% of the seminars and choose at least two topics to elaborate, under supervision, a monograph on each of these. The final score will be the arithmetic mean of the classifications obtained in the two monographs. The student must prepare and present the development plan of his thesis.

This UC does not allow evaluation by examination.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Na componente das apresentações científicas, as palestras reportam os trabalhos realizado pela comunidade científica. Nestas palestras, os estudantes têm que selecionar a informação relevante, identificar os problemas e métodos utilizados.

Relativamente à componente das metodologias de investigação, as aulas são lecionadas de forma a introduzir técnicas de iniciação à investigação na área de Matemática, e fornecer aos alunos os conhecimentos e autonomia necessários para o seu futuro enquanto investigador e no desenvolvimento/elaboração da sua dissertação.

A elaboração do plano da dissertação visa sedimentar os conhecimentos adquiridos pelos estudantes nas componentes anteriores. Para elaborar o plano de dissertação, o aluno terá que realizar uma análise crítica de trabalhos científicos e apelar à sua capacidade de síntese. Na apresentação do plano de dissertação o estudante desenvolve a sua capacidade de comunicação sobre o trabalho que pretende realizar e desenvolve a sua capacidade de argumentação.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

In the component of scientific presentations, the lectures report the work carried out by the scientific community. In these lectures, students have to select the relevant information, identify the problems and methods used.

Regarding the research methodologies component, the classes are taught in order to introduce techniques to research in the area of Mathematics, and provide students with the knowledge and autonomy necessary for their future as a researcher and in the development/preparation of their dissertation.

The elaboration of the dissertation aims to consolidate the knowledge acquired by students in the previous components. To prepare the dissertation plan, the student will have to carry out a critical analysis of scientific works and appeal to their capacity for synthesis. In the presentation of the dissertation plan, the student develops their ability to communicate about the work they intend to carry out and develops their ability to argue.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

Each speaker will provide bibliography related to his subject

- Bell, J. (2004). *Como realizar um projecto de Investigação*. Lisboa: Gradiva.
- Magalhães, M., Hill, A. (2005). *Investigação por questionário*, 2a edição. Lisboa: Sílabo.
- Severino, A. (2000). *Metodologia do trabalho científico*. S. Paulo: Cortez Edit.

Mapa IV - Seminário em Matemática III**4.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Seminário em Matemática III

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Mathematics Seminar III

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

78

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 12

4.4.1.6. Créditos ECTS:

3

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Vladimir Alekseevich Bushenkov: (OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Orientador da dissertação: (OT:10)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Monitorização do desenvolvimento da dissertação.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Monitoring the development of the dissertation.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

Preparação pelo estudante de uma apresentação, no âmbito da UC Seminário I, sobre a tema da dissertação e sobre os resultados alcançados.

4.4.5. Syllabus:

Preparation by the student of a presentation, within the scope of CU Seminar I, on the theme of the dissertation and on the achieved results.

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Preparação de uma apresentação pública sobre o tema e o andamento no desenvolvimento da dissertação:

- ajuda o estudante a formular os resultados obtidos;*
- permite que o orientador e a comissão de curso monitorizar e avaliar a qualidade do trabalho realizado.*

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Preparation of a public presentation on the topic and progress in the development of the dissertation:

- helps the student to formulate the results obtained;*
- allows the advisor and the course committee to monitor and assess the quality of the work done.*

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Uma apresentação pública sobre os resultados alcançados pelo estudante.

Avaliação desta UC é qualitativa (Aprovado ou Reprovado).

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

A public presentation on the results achieved by the student.

Evaluation of this CU is qualitative (Approved or Not approved).

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia proposta estimula o trabalho dos estudantes sobre a dissertação e, ao mesmo tempo, permite familiarizar os alunos do primeiro ano com possíveis áreas de investigação.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The proposed methodology stimulates students' work on the dissertation and, at the same time, allows first-year students to be familiarized with possible areas of investigation.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Bell, J. (2004). *Como realizar um projecto de Investigação*. Lisboa: Gradiva.
- Severino, A. (2000). *Metodologia do trabalho científico*. S. Paulo: Cortez Edit.

Mapa IV - Séries Temporais**4.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Séries Temporais

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Time Series

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

TP: 45 OT: 4

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Dulce Maria de Oliveira Gomes (TP:15, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Anabela Cristina Cavaco Ferreira Afonso (TP:30. OT:2)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Nesta U.C. pretende-se fornecer um conjunto variado de técnicas estatísticas para a identificação de diversos padrões temporais de um dado fenómeno que evolui ao longo do tempo e, em função desta identificação e dos objetivos da análise, estudar modelos estocásticos adequados às características dos dados e aos objetivos do seu estudo.

No final da UC, o aluno deverá ter adquirido conceitos teóricos fundamentais sobre processos estocásticos e a sua importância na análise de séries temporais. Deverá ser capaz de aplicar modelos matemáticos apropriados para a modelação de séries temporais, uni ou multivariadas, lineares ou não lineares, com eventual dependência entre as observações repetidas intra indivíduos. Deverá ser capaz de usar corretamente o software adequado. Deverá ter adquirido competência para realizar um estudo autónomo de outros modelos, apropriados para a resolução de casos práticos com que os alunos se poderão deparar no futuro.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The aim of this course is to provide a varied set of statistical techniques so that he can identify various temporal patterns of a given phenomenon that evolves over time and, depending on this identification and the objectives of the analysis, apply the most appropriate stochastic model (s) to the data characteristics and study objectives.

Acquisition of fundamental theoretical concepts of stochastic processes and their importance in time series

analysis. Study of mathematical models appropriate for modelling time series, univariate or multivariate, linear and nonlinear as well as study models for phenomena that evolve over time, considering the dependence between repeated observations intra individuals.

You should be able to use the appropriate software correctly. He / she should have acquired the competence to conduct autonomous study of other models, appropriate for solving practical cases that students may face in the future.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

1. Breve revisão dos conceitos essenciais de processos Estocásticos. Identificação de padrões temporais. Modelos de decomposição temporal
2. Modelos lineares: ARMA, ARIMA e SARIMA
3. modelos não lineares: ARCH e GARCH
4. Modelos de regressão temporal
5. Análise e modelação de séries temporais, através dos métodos atrás referido, recorrendo ao software R.

4.4.5. Syllabus:

1. Brief review of the essential concepts of Stochastic processes. Identification of temporal patterns. Temporal Decomposition Models
2. Linear models: ARMA, ARIMA and SARIMA
3. Non linear models: ARCH and GARCH
4. Temporal regression models
6. Analysis and modelling of time series, using the above methods, using the software R.

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias utilizadas procuram dar uma formação base ao aluno sobre modelos e testes estatísticos para séries temporais, de modo a que na sua vida profissional futura possa recorrer a estes, ou outros, modelos de séries temporais para a análise, modelação e previsão de diversos fenómenos com dependência temporal.

Deste modo, utilizar-se-á nas aulas, sempre que possível, exemplos reais de aplicação dos modelos temporais abordados.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The methodologies discussed aim to provide a basic training to the student on models and statistical tests for time series so that in his future working life he/she can use these or other time series models for the analysis, modelling and prediction of various phenomena with dependence. temporal.

Thus, for this purpose and whenever it is possible, real examples of the application of the temporal models approached will be used in class.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teórico-práticas lecionadas no quadro e/ou com recurso a exposição de slides, acompanhadas da análise e modelação de séries temporais em R ou de outro software que se venha a revelar mais adequado.

Introdução dos conceitos teóricos e de exercícios de aplicação recorrendo a exemplos em várias áreas, procurando assim sensibilizar os alunos para a importância da matéria exposta.

Avaliação:

Avaliação contínua: trabalhos individuais ou em grupo (100%).

Avaliação em regime de exame: exame final (30%) e a realização de trabalhos individuais ou em grupo (70%).

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Lectures and practical classes taught in the blackboard and/or using slide show, accompanied by analysis and modelling of time series in R or other software that may prove to be more appropriate.

Introduction of theoretical concepts and application exercises using examples in various areas, thus seeking to sensitize students to the importance of the subject matter.

Evaluation:

Continuous evaluation: individual or group homeworks (100%).

Evaluation under examination: a final exam (30%) and individual or group homeworks (70%).

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino procuram permitir que o aluno compreenda as metodologias essenciais para a análise, modelação e previsão de séries temporais recorrendo a dados reais, de modo a que o aluno se motive pela percepção da importância deste tipo de matéria para o seu curso e para a sua vida profissional.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

Teaching methodologies seek to enable the student to understand the essential methodologies of analysis,

modelling and forecasting of time series using real data, so that the student is motivated by the perception of the importance of this type of subjects for his/her academic and professional life.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

1. Brockwell, P. e Davis, R. (1991). *Time Series: Theory and Methods*. Springer-Verlag: New York, 2nd Edition.
2. Brockwell, P. e Davis, R. (2016). *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer.
3. Cryer, J. e Chan, Kung-Sik (2010). *Time Series Analysis: With Applications in R*. 2nd edition, Springer.
4. Fokianos, K. e Kedem, B. (2002) *Regression Models for Time Series Analysis*. Wiley Series in Probability and Statistics.
5. Gallant, A.R. (1987). *Non Linear Statistical Models*. Wiley, New York.
6. Pankratz, A. (1991). *Forecasting with Dynamic Regression Models*. Wiley, New York.

Mapa IV - Sistemas Dinâmicos

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Sistemas Dinâmicos

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Dynamical Systems

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Carlos Correia Ramos (TP:15, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Sandra Maria Santos Vinagre (TP:15, OT:1)

Sara Luísa Dimas Fernandes: (TP:15, OT:1)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- *Adquirir técnicas e métodos que são estruturantes dos sistemas dinâmicos, em particular sistemas dinâmicos discretos de baixa dimensão.*
- *Desenvolver capacidade de aplicar as técnicas adquiridas em contextos diversos, noutras áreas da matemática, mas também nas ciências naturais e humanas.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *Acquire techniques and methods that are structuring of dynamical systems, in particular low-dimensional discrete dynamical systems.*
- *Develop the ability to apply the techniques acquired in different contexts in other areas of mathematics, but also in natural and human sciences.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Funções do intervalo no intervalo e do círculo no círculo: hiperbolicidade, dinâmica simbólica, conjugação topológica, teorema de Sharkovsky, estabilidade estrutural, bifurcação, invariantes topológicos, renormalização, caos, teoria do amassamento de Milnor e Thurston. Métodos combinatórios.*
- *Iteração de funções complexas: pontos e órbitas periódicas, conjuntos de Júlia, conjuntos de Mandelbrot. Aplicações.*

4.4.5. Syllabus:

- *Interval maps and circle maps: hyperbolicity, symbolic dynamics, topological conjugation, theorem of Sharkovsky, structural stability, bifurcation, topological invariants, renormalization, chaos, kneading theory of Milnor and Thurston. Combinatorial methods.*
- *Iteration of complex functions: periodic points and orbits, Julia sets, Mandelbrot set. Applications.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos estão estruturados de modo a serem lecionados os conceitos fundamentais dos sistemas dinâmicos mais relevantes, numa perspectiva de relação entre áreas distintas da matemática e a sua articulação com o estudo de aplicações.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus is structured in such a way as to teach the fundamental concepts of the most relevant dynamical systems, in a perspective of the relationship between different areas of mathematics and their articulation with the study of applications.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Ensino: Exposição estruturada, resolução de exercícios relacionando os conceitos básicos e os aspectos técnicos, exemplificação e estudo autónomo de modelos focados nas aplicações.
Avaliação: Resolução das listas de exercícios (a nota final é a média das notas das listas) ou exame final.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Teaching: Structured exposition, resolution of exercises relating the basic concepts and technical aspects, examples and autonomous study of models focused on applications.
Assessment: Exercises during the class period (the final grade is the average of the grades) or final exam.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Prevendo que os alunos apresentem grande heterogeneidade com respeito à sua formação e interesses, é procurado um compromisso entre fornecer as técnicas básicas dos sistemas dinâmicos e simultaneamente propondo um estudo e uma abordagem mais individualizada focado no estudo de aplicações.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

Anticipating that students present great heterogeneity with respect to their background formation and interests, a compromise is sought between providing the basic techniques of dynamical systems and simultaneously proposing a study and a more individualized approach focused on the study of applications.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- Devaney, R. L. (2018). *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*. 2nd edition, CRC Press.
- Holmgren, R. A. (1996). *A First Course in Discrete Dynamical Systems*. Springer.
- Katok, A., Hasselblatt, B. (2005). *A Moderna Teoria de Sistemas Dinâmicos*. Fundação Calouste Gulbenkian.
- Robinson, C. (1998). *Dynamical Systems; stability, symbolic dynamics and chaos*, 2nd edition, CRC Press.
- Lind, D., & Marcus, B. (1995). *An Introduction to Symbolic Dynamics and Coding*. Cambridge: Cambridge University Press.

Mapa IV - Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias**4.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Theory of Ordinary Differential Equations

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT**4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):****Semestral****4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):****156****4.4.1.5. Horas de contacto:****OT: 4 TP: 45****4.4.1.6. Créditos ECTS:****6****4.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****4.4.1.7. Observations:****<no answer>****4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):****Maria Clara Canotilho Grácio (TP:15, OT:2)****4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:****Ana Isabel Gomes Rato da Cruz Mendes Santos (TP:15, OT:1)****Mihai Vornicescu (TP:15, OT:1)****4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

Pretende-se que os alunos adquiram competências ao nível da fundamentação teórica dos diferentes métodos para equações diferenciais ordinárias, lineares e não lineares, incluindo: problemas de valor inicial e problemas com valores na fronteira; resultados de existência e localização de solução; estabilidade de soluções.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

It is intended that students acquire skills on a theoretical level of different methods for linear and non-linear ordinary differential equations, including: initial value problems and boundary value problems; solution existence and location results; stability of solutions.

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Problemas de Valor inicial. Desigualdades e convergências. Teoremas de Unicidade. Inequações diferenciais e soluções extremas.*
- *Problemas com Valores na Fronteira. Problemas lineares com valores na fronteira. Princípios de máximo. Desenvolvimento em séries de funções próprias. Problemas não lineares com valores na fronteira.*
- *Método das sub- e sobre-soluções. Aplicação do método de sub e sobre-soluções a problemas periódicos. A condição de Nagumo e estimatórias a priori. Problemas com valores na fronteira separados.*
- *Estabilidade de soluções. Conceitos preliminares. Estabilidade de sistemas quasi-lineares. Sistemas autónomos planares. Ciclos limite e soluções periódicas. Método de Lyapunov para sistemas autónomos. Método de Lyapunov em sistemas não autónomos.*
- *Aplicações. Problemas de Lidstone. Problemas funcionais. Problemas impulsivos.*

4.4.5. Syllabus:

- *Initial Value Problems. Inequalities and convergences. Uniqueness Theorems. Differential inequalities and extremal solutions.*
- *Boundary Value Problems. Linear Boundary Value Problems. Maximum Principles. Development in series of eigen-functions. Nonlinear Boundary Value Problems.*
- *Lower- and upper-solutions method. Application of the lower and upper-solutions method to periodic problems. Nagumo's condition and a priori estimations. Problems with separate boundary conditions.*
- *Stability of solutions. Preliminary concepts. Stability of quasi-linear systems. Planar autonomous systems. Limit cycles and periodic solutions. Lyapunov method for autonomous systems. Lyapunov method in nonautonomous systems.*
- *Applications. Lidstone Problems. Functional Problems. Impulsive problems.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade

curricular:

Os conteúdos programáticos estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, uma vez que incluem todos os temas descritos nos objetivos apresentados.

Ao longo das aulas serão administrados todos os conteúdos necessários para se atingir os objetivos descritos.

Os alunos contactarão com resultados recentes nesta área para terem uma ideia sobre o estado da arte.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus is consistent with the objectives of the course, as they include all the themes described in the presented objectives.

Throughout the classes, all the necessary content to achieve the described objectives will be administered.

Students will contact recent results in this area to get an idea of the state of the art.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são teórico-práticas, recorrendo a uma metodologia baseada na apresentação estruturada dos conteúdos programáticos, apoiada em materiais colocados à disposição dos alunos, e nos exemplos de aplicações a fenómenos da vida real, com possível utilização de software matemático adequado.

Os alunos podem escolher uma das seguintes formas de avaliação:

1) Avaliação contínua composta pela apresentação de quatro trabalhos em que sejam abordados temas ou problemas relacionados com o conteúdo programático. A classificação final calcula-se como a média das classificações dos trabalhos.

2) Avaliação por exame, com possibilidade de consulta a material produzido pelo próprio aluno.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Classes are theoretical and practical, using a methodology based on the structured presentation of the syllabus, supported by materials available to students, and examples of applications to real life phenomena, with possible use of appropriate mathematical software.

The students can choose one of the following forms of assessment:

1) Continuous evaluation consisting of the presentation of four works in which themes or problems related to the syllabus are addressed. The final grade is calculated as the average of the works' grades.

2) Evaluation by exam, with the possibility of consulting material produced by the student.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Opta-se por utilizar nas aulas uma plataforma teórico-prática de modo a ser acessível e útil para todos, atendendo a uma provável heterogeneidade não só na sua formação matemática mas também ao nível de conhecimentos e técnicas de que dispõem.

A avaliação contínua pretende promover um acompanhamento semanal dos conteúdos e dirigir-se especialmente para os alunos que o realizam.

A avaliação por exame destina-se a avaliar a capacidade individual dos conhecimentos dos conteúdos.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The option to use a theoretical-practical platform in classes to be accessible and useful for everyone, given a probable heterogeneity not only in their mathematical training but also in the knowledge level and techniques available to them.

Continuous assessment is intended to promote weekly monitoring of the content and is aimed especially at the students who take it.

The exam assessment is intended to assess the individual capacity of knowledge of the contents.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *Feliz Minhós, (2009). Equações Diferenciais Ordinárias, 227 pags.*
- *C. Coster, P. Habets, (2006). Two-Point Boundary Value Problems: Lower and Upper Solutions, Elsevier.*
- *J. Fialho, F. Minhós, (2014). High order Boundary Value Problems: Existence, localization and multiplicity results, Mathematics Research Developments Series, Nova Science Publishers, Inc.*
- *R.P. Agarwal, D. O'Regan, (2008). An Introduction to Ordinary Differential Equations, Universitext, Springer.*
- *F. Minhós, R. de Sousa, (2021). Nonlinear higher order differential and integral coupled systems: Impulsive and Integral Equations on Bounded and Unbounded Domains, Trends in Abstract and Applied Analysis, Vol. 10, World Scientific, <https://doi.org/10.1142/11961>, 242 p.*

Mapa IV - Teoria de Equações Diferenciais Parciais**4.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

Teoria de Equações Diferenciais Parciais

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Theory of Partial Differential Equations

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT

4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):

Semestral

4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):

156

4.4.1.5. Horas de contacto:

OT: 4 TP: 45

4.4.1.6. Créditos ECTS:

6

4.4.1.7. Observações:

<sem resposta>

4.4.1.7. Observations:

<no answer>

4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):

Feliz Manuel Barrão Minhós (TP:15, OT:2)

4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:

Joaquim Manuel Cunha Correia (TP:15, OT:1)

Marília da Conceição Valente de Oliveira Pires (TP:15, OT:1)

4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- *Formação em teoria de Equações Diferenciais Parciais e sua aplicação (interdisciplinaridades e iniciação ao trabalho científico).*
- *Análise de modelos (relevância: não-linearidade, irreversibilidade, determinismo, quântica; desenvolvimento das capacidades de abstração, intuição criativa e espírito crítico).*
- *Pesquisa bibliográfica e seleção de software/hardware (autonomia e capacidade de comunicação, exposição oral e escrita de resultados).*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *Training in the theory of Partial Differential Equations and their applications (interdisciplinarity and initiation to the scientific work).*
- *Analysis of models (relevance on the nonlinearity, irreversibility, determinism and quantum models; development of the skills of abstraction, creative intuition and critical thinking).*
- *Literature search and selection of software/hardware (autonomy and communication skills, oral and written exposition of results).*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- *Fenomenologia e modelação da Equação do Calor.*
- *Classificação das EDP e formas canónicas.*
- *Série e Transformada de Fourier. Aplicações.*
- *Soluções da Equação do Calor.*
- *A Equação de Burgers.*
- *Métodos de formulação variacional.*
- *Métodos de energia e entropia.*
- *Principais opções de trabalho: a) Matemática Financeira (Eq. Black-Scholes); b) Aplicações à Biologia (Eq. Transporte); c) Análise Numérica (Hilbert-Huang Transform).*

4.4.5. Syllabus:

- *Phenomenology and modelling of the Heat Equation.*
- *Classification of PDEs and canonical forms.*
- *Series and Fourier transform. Applications.*
- *Solutions of the Heat Equation.*
- *The Burgers Equation.*

- *Variational methods.*
- *Energy and entropy methods.*
- *Main work options: a) Financial Mathematics (Black-Scholes Eq.); b) Applications to Biology (Transport Eqs.); c) Numerical Analysis (Hilbert-Huang Transform).*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A fenomenologia induz a discussão de hipóteses e formulação de modelos (às escalas macro, micro ou nanoscópicas) com especificidades diversas.

A análise de modelos e paradigmas de equações diferenciais parciais (classificação) resulta motivada e obrigatória.

O estudo das técnicas e ferramentas introduzidas permite aprofundar a formação geral teórica bem como a compreensão da sua aplicabilidade (por adequação ou inadequação).

O recurso à escolha personalizada de assunto de trabalho, por cada aluno, e pesquisa bibliográfica para esse trabalho potencia e, afinal, justifica todo o percurso da disciplina aos olhos do formando, para além de visar o objetivo último de sua autonomia.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The phenomenology leads to the discussion and formulation of hypothesis and models (at the macro, micro or nanoscales) with different specificities.

The analysis of the models and paradigms of partial differential equations (classification) are driven and forced.

The study of the techniques and tools introduced allows to furthering theoretical training as well to strength the understanding of its applicability (by the success or the failure of the models).

As possible, each student makes the choice of their theme of work and the search of the literature he will need. This helps students to clarify and justify the syllabus purposes, enhances a successful work and promotes student autonomy, our best goal.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Tutoria de trabalho em equipa (com avaliação individual); ênfase nas aplicações e resolução de problemas.

Avaliação: Contínua (a classificação final será a média das classificações dos trabalhos) ou exame final (oral).

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Mentoring of teamwork (with individual assessment); emphasis on applications and problem solving.

Evaluation: Continuous (the final grade will be the average of the works grades) or Final (oral) examination.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Tendo em vista uma formação (conhecimentos e capacidades) teórica e aplicada, mas tanto quanto viável orientada para um tema de escolha pessoal de cada formando, e de objetivo final lograr a sua autonomia, então a tutoria e avaliação contínua serão instrumentos ótimos para estes objetivos.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

If the goals are the theoretical and applied training (knowledges and skills) oriented, as feasible, to a theme of the personal choice of each trainee and the ultimate objective is their autonomy, then mentoring and continuous assessment are great instruments for these goals.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *L. Evans (2010). Partial Differential Equations, AMS.*
- *L. Debnath (2005). Nonlinear PDE, Birkhäuser.*
- *S. Salsa (2008). Partial Differential Equations in Action, Springer.*
- *B. Perthame (2007). Transport Equations in Biology, Birkhäuser.*
- *N. Huang & al., Hilbert-Huang (2005). Transform and its Applications, World Scientific.*

Mapa IV - Tópicos de Análise Funcional

4.4.1.1. Designação da unidade curricular:

Tópicos de Análise Funcional

4.4.1.1. Title of curricular unit:

Topics of Functional Analysis

4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

MAT**4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):****Semestral****4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):****156****4.4.1.5. Horas de contacto:****OT: 4 TP: 45****4.4.1.6. Créditos ECTS:****6****4.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****4.4.1.7. Observations:****<no answer>****4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):****Feliz Manuel Barrão Minhós (TP:15, OT:2)****4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:****Jorge Maurício Salazar Serrano (TP:15, OT:1)****Maria Clara da Palma Carlota (TP:15, OT:1)****4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):****Objetivos:**

- *Aprofundar os conhecimentos de Análise Funcional e de métodos analíticos.*
- *Adquirir competências para aplicar estes métodos a várias áreas da Análise.*

Competências:

- *Desenvolver pensamento abstracto para resolver, de forma mais simples e com maior generalidade, problemas concretos em Análise.*
- *Capacidade de abstracção, intuição criativa, construção de modelos e espírito crítico.*
- *Capacidade de exposição oral e escrita dos resultados conseguidos.*

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):**Objectives:**

- *To extend the knowledge of some subjects of Functional Analysis and analitic methods.*
- *To acquire skills to apply these methods in various fields of Analysis.*

Competencies:

- *Develop abstract thought as a means of solving, with both greater generality and simplicity, specific problems of Analysis.*
- *Abstraction skills, creative intuition, model construction and spirit of criticism.*
- *Skills for explaining the obtained results, both orally and written.*

4.4.5. Conteúdos programáticos:

- **Espaços métricos. Convergência, Sucessão de Cauchy, Completude. Exemplos e demonstrações de completude. Exemplos de espaços métricos incompletos. Completude de espaços.**
- **Espaços normados. Espaços de Banach. Espaço vetorial. Espaço normado. Espaço de Banach. Espaços de dimensão finita e subespaços. Compacidade e dimensão finita. Operadores lineares. Funcionais lineares. Espaços normados de operadores. Espaço dual.**
- **Espaços de Hilbert. Espaço com produto interno. Espaço de Hilbert. Complementos ortogonais e somas diretas. Conjuntos e sucessões ortonormais. Séries e conjuntos ortonormais. Funcionais em espaços de Hilbert.**
- **Teoremas em espaços de Banach. Lema de Zorn. Teorema de Hann-Banach. Teorema da limitação uniforme. Convergências forte e fraca.**
- **Teoria do ponto fixo de Banach. Teorema de ponto fixo de Banach. Teorema de Banach e Equações Diferenciais. Teorema de Banach e Equações Integrais.**

4.4.5. Syllabus:

- **Metric spaces. Convergence, Cauchy Sequences, Completeness. Examples and demonstrations of completeness. Examples of incomplete metric spaces. Completeness of spaces.**

- *Normed spaces. Banach spaces. Vectorial space. Normed space. Banach space. Finite dimensional spaces and subspaces. Compactness and finite dimension. Linear operators. Linear functionals. Operator normed spaces. Dual space.*
- *Hilbert spaces. Space with inner product. Hilbert space. Orthogonal complements and direct sums. Orthonormal sets and sequences. Orthonormal series and sets. Functionals in Hilbert spaces.*
- *Theorems in Banach spaces. Zorn's lemma. Hahn-Banach's Theorem. Uniform Limitation Theorem. Strong and weak convergences*
- *Banach Fixed Point Theory. Banach Fixed Point Theorem. Banach's Theorem and Differential Equations. Banach's Theorem and Integral Equations.*

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, uma vez que incluem todos os temas descritos nos objetivos apresentados.

Ao longo das aulas serão administrados todos os conteúdos necessários para se atingir os objetivos descritos.

Os alunos contactarão com resultados recentes nesta área para terem uma ideia sobre o estado da arte.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus is consistent with the objectives of the course, as they include all the themes described in the presented objectives.

Throughout the classes, all the necessary content to achieve the described objectives will be administered.

Students will contact recent results in this area to get an idea of the state of the art.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são teórico-práticas, sendo utilizada uma metodologia estruturada para a apresentação dos conteúdos programáticos, apoiada em materiais colocados à disposição dos alunos, e na exemplificação de aplicações dos principais resultados.

O estudante pode escolher uma das seguintes formas de avaliação:

1) Avaliação contínua composta pela apresentação de quatro trabalhos em que sejam abordados temas ou problemas relacionados com o conteúdo programático. Cada trabalho tem um peso de 25% para a classificação final;

2) Avaliação por exame, com possibilidade de consulta a material produzido pelo próprio aluno.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Classes are theoretical and practical, using a structured methodology for the presentation of the syllabus, supported by materials made available to students, and in examples of applications of the main results.

The student can choose one of the following forms of assessment:

1) Continuous evaluation consisting of the presentation of four works in which themes or problems related to the syllabus are addressed. Each work has a weight of 25% for the final classification;

2) Evaluation by exam, with the possibility of consulting material produced by the student.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Opta-se por utilizar nas aulas uma plataforma de carácter teórico-prático de modo a dotar os alunos de processos e metodologias de análise e de demonstração de resultados.

A avaliação contínua pretende promover um acompanhamento semanal dos conteúdos e dirigir-se especialmente para os alunos que o realizam.

A avaliação por exame destina-se a avaliar a capacidade individual dos conhecimentos dos conteúdos.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The option for a theoretical and practical platform in classes will allow students to have skills and methods of analysis and proof for mathematical results.

Continuous assessment is intended to promote weekly monitoring of the content and is aimed especially at the students who take it.

The exam assessment is intended to assess the individual capacity of knowledge of the contents.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

• *F. Minhós (2017). Tópicos de Análise Funcional.*

• *E. Kreyzig (1978). Introductory Functional Analysis with Applications, John Wiley & Sons.*

• *D.R. Smart (1980). Fixed Point Theorems, Cambridge Tracts in Mathematics, 66, Cambridge University Press.*

• *E. Zeidler (1986). Nonlinear Functional Analysis and Its Applications, Springer, New York.*

Mapa IV - Dissertação**4.4.1.1. Designação da unidade curricular:***Dissertação***4.4.1.1. Title of curricular unit:***Dissertation***4.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:***MAT***4.4.1.3. Duração (anual, semestral ou trimestral):***Anual***4.4.1.4. Horas de trabalho (número total de horas de trabalho):***1170***4.4.1.5. Horas de contacto:***OT:45***4.4.1.6. Créditos ECTS:***45***4.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***4.4.1.7. Observations:***<no answer>***4.4.2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo):***Vladimir Alekseevich Bushenkov***4.4.3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular:***Qualquer docente doutorado da Universidade de Évora com especialidade na área de Matemática: (OT:45)***4.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***O objetivo desta unidade curricular é acompanhar o estudante durante o seu processo de conceção, investigação e redação da Dissertação, trabalho que lhe permite concluir o curso de mestrado.**Competências a desenvolver pelo estudante:*

- Capacidade de formular e desenvolver um tema de investigação ou um projeto na área de Matemática;
- Saber procurar, identificar e analisar criticamente bibliografia relevante;
- Saber utilizar metodologias, técnicas e ferramentas de investigação apropriadas;
- Comunicar e discutir na forma escrita e oral, de modo estruturado, claro e conceptualmente adequado.

4.4.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):*The objective of this curricular unit is to accompany the student during the process of conception, research and writing of the Dissertation, a work that allows him to complete the Master's course.**Skills to be developed by the student:*

- Ability to formulate and develop a research topic or project in the field of Mathematics;
- Know how to search, identify and critically analyze relevant bibliography;
- Know how to use appropriate research methodologies, techniques and tools;
- Communicate and discuss in written and oral form, in a structured, clear and conceptually appropriate way.

4.4.5. Conteúdos programáticos:*Realização de uma Dissertação num tema à escolha do/a estudante, na área de Matemática, realizado sob orientação de, pelo menos, um docente doutorado.**O trabalho realiza-se ao longo dos 3.º e 4.º semestres do curso e implica a sua discussão pública perante um júri académico.**O conteúdo do trabalho varia de acordo com os planos de trabalho propostos por cada estudante.***4.4.5. Syllabus:***Preparation of the Dissertation on a topic chosen by the student in the area of Mathematics, under the supervision of at least one PhD professor.*

The work takes place over the 3rd and 4th semesters of the course and involves public discussion before an academic jury.

The content of the work varies according to the work plans proposed by each student.

4.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos dos trabalhos são variáveis com o plano individual de trabalho de cada aluno e de acordo com o tipo de trabalho a realizar.

A Dissertação é um trabalho de investigação de natureza científica sobre um determinado tema, original, e que contribua para o avanço da ciência ao promover a compreensão e resolução de problemas em situações novas e não familiares.

4.4.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The contents of the work vary according to the individual work plan of each student and according to the type of work to be carried out.

The Dissertation is a scientific research work on a specific, original theme, which contributes to the advancement of science by promoting understanding and problem solving in new and unfamiliar situations.

4.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Sessões tutoriais ("encontros de orientação científica") ao longo do período de realização do trabalho conducente a Dissertação.

No final do ano (4º semestre) os estudantes devem apresentar a versão final do relatório da dissertação para discussão pública e avaliação por um júri expressamente nomeado para o efeito, nos termos das normas regulamentares em vigor na Universidade de Évora.

4.4.7. Teaching methodologies (including students' assessment):

Tutorial sessions ("scientific orientation meetings") throughout the period of completion of the work leading to the Dissertation.

At the end of the year (4th semester) students must present the final version of the dissertation report for public discussion and evaluation by a jury expressly appointed for that purpose, under the terms of the regulations in force at the University of Évora.

4.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O trabalho é individual e realizado sob orientação tutorial (podendo incluir uma co-orientação), o que permite o desenvolvimento de autonomia e de capacidade científica e técnica na condução do trabalho. O ambiente de desenvolvimento da aprendizagem contribui para o aprofundamento das competências analíticas e para o desenvolvimento das competências orais e de escrita, uma vez que implica a redação de um relatório final de dissertação e a apresentação pública dos resultados da investigação.

4.4.8. Evidence of the coherence between the teaching methodologies and the intended learning outcomes:

The work is individual and carried out under tutorial guidance (may include co-supervision), which allows the development of autonomy and scientific and technical capacity in conducting the work. The learning development environment contributes to the deepening of analytical skills and the development of oral and written skills, since it involves the writing of a final dissertation report and the public presentation of the research results.

4.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

- *A bibliografia principal é diversa, coerente com o necessário enquadramento teórico e metodológico do tema da Dissertação.*
- *Greetham, B. (2019). How to write your undergraduate dissertation. Macmillan International Higher Education.*
- *Pereira, A. e Poupá, C. (2018). Como escrever uma tese, monografia ou livro científico usando o Word. (7ª Ed.), Edições Sílabo.*

4.5. Metodologias de ensino e aprendizagem

4.5.1. Adequação das metodologias de ensino e aprendizagem aos objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências) definidos para o ciclo de estudos:

As metodologias de ensino-aprendizagem são centradas no aluno, incentivando a aprendizagem individual e devolvendo a capacidade de trabalho em equipa. A maioria das unidades curriculares têm aulas teórico-práticas onde os conceitos teóricos são expostos com o auxílio de exercícios de aplicação. A formação básica que um matemático necessita é complementada com outras áreas como ciências da Computação. Várias UC propõem a realização de trabalhos/ pequenos projetos/ análise de artigos científicos, individuais ou em grupo, que visam estimular a autonomia dos alunos e a cooperação com os colegas na resolução de problemas e familiarizá-los com a investigação científica. Pretende-se que os alunos desenvolvam a capacidade de comunicação oral e escrita com a apresentação e discussão dos trabalhos. Através dos recursos de apoio aos alunos, será incentivado o uso da língua inglesa, sendo oferecida, pela universidade, formação em inglês.

4.5.1. Evidence of the teaching and learning methodologies coherence with the intended learning outcomes of the study programme:

Teaching-learning methodologies are student-centered, encouraging individual learning and promoting the ability to work in a team. Most curricular units have theoretical-practical classes where theoretical concepts are exposed with the help of application exercises. The basic training that a mathematician needs is complemented with other areas such as computer science. Several curricular units propose homework assignments/ small projects / analysis of scientific articles, individual or in groups, which aim to encourage students' autonomy and cooperation with colleagues in solving problems and familiarizing them with scientific research. It is intended that students develop the ability of oral and written communication with the presentation and discussion of work. Through the resources to support students, the use of the English language will be encouraged, and training in English will be offered by the university.

4.5.2. Forma de verificação de que a carga média de trabalho que será necessária aos estudantes corresponde ao estimado em créditos ECTS:

O segundo ciclo de estudos em Matemática encontra-se estruturado por forma a que o tempo de trabalho do estudante seja o mesmo em cada um dos 4 semestres que o compõem, resultando num total de 30 ECTS por cada semestre do ciclo de estudos.

Para verificar que carga média de trabalho corresponde ao estimado pelas ECTS, a comissão de curso (CC) recebe no início de cada semestre, por unidade curricular, informação sobre o método de avaliação, quer por regime de frequências/exames quer por trabalhos de avaliação. A análise desta informação permite detetar discrepâncias na carga média de trabalho que é solicitada aos estudantes. Havendo desequilíbrios, a CC, em diálogo com os docentes, implementa as alterações pertinentes. No âmbito da monitorização da qualidade do ensino implementado na Universidade de Évora, realizam-se inquéritos de opinião aos estudantes onde, em particular, estes são questionados sobre o número de horas semanais que em média dedicam a cada unidade curricular.

4.5.2. Means to verify that the required students' average workload corresponds the estimated in ECTS credits:

The second cycle of studies in Mathematics is structured so that the student's working time is the same in each of the four semesters that comprise it, resulting in a total of 30 ECTS for each semester of the study cycle. To verify which average workload corresponds to that estimated by the ECTS, the Course Committee (CC) receives at the beginning of each semester, per course unit, information on the assessment method, either by frequency/exams regime or by the assessment of small reports. The analysis of this information allows detecting discrepancies in the average workload that is requested from students. If there are imbalances, the CC, in dialogue with the professors, implements the relevant changes. As part of the monitoring of the quality of teaching implemented at the University of Évora, opinion surveys are carried out among students where, in particular, they are asked about the number of weekly hours they spend on average for each curricular unit.

4.5.3. Formas de garantia de que a avaliação da aprendizagem dos estudantes será feita em função dos objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A avaliação da aprendizagem é realizada por testes e trabalhos. Na avaliação, os testes servem para avaliar a aquisição dos conhecimentos individuais do aluno. Os trabalhos servem para avaliar as capacidades dos estudantes para aplicarem esses conhecimentos e, quando necessário, detectar e corrigir problemas com a aprendizagem. É incentivado o trabalho de grupo.

A comissão de curso e os tutores acompanham o processo de ensino e analisam a adequação das metodologias de ensino e aprendizagem aos objetivos das unidades curriculares. Também o sistema de garantia da qualidade da Universidade de Évora analisa o nível de satisfação dos estudantes através de dados relativos ao desempenho académico, potencialidades e limitações do curso.

4.5.3. Means of ensuring that the students assessment methodologies are adequate to the intended learning outcomes:

Assessment of learning is carried out by tests and assignments. The assessment tests serve to evaluate the individual student's acquisition of knowledge. The assignments serve to assess students' ability to apply this knowledge and, when necessary, detect and correct problems with learning. Group work is encouraged. The course committee and tutors monitor the teaching process and analyze the adequacy of teaching and learning methodologies to the objectives of the curricular units. The University of Évora's quality assurance system also analyses the level of student satisfaction through data on academic performance, potential and limitations of the course.

4.5.4. Metodologias de ensino previstas com vista a facilitar a participação dos estudantes em atividades científicas (quando aplicável):

Na maioria das unidades curriculares são fornecidos exemplos de aplicação que permitem aos alunos perceber a

ligação entre as componentes teóricas e sua aplicação prática. Além disso, muitos dos exemplos apresentados serão fruto de trabalhos de investigação dos docentes do Departamento de Matemática e do Centro de Investigação em Matemática e Aplicações (CIMA). Através das UC "Seminário em Matemática I" e "Seminário em Matemática II" os alunos poderão aprofundar alguns temas da Matemática, sendo uma forma dos estudantes poderem aplicar os conhecimentos teóricos adquiridos nas UC do curso. Alguns alunos poderão também ser bolsistas em projetos de investigação no âmbito do CIMA.

4.5.4. Teaching methodologies that promote the participation of students in scientific activities (as applicable):

In most curricular units, carefully chosen examples are provided that allow students to understand the connection between theoretical components and their practical application. In addition, many of the examples could be based on research work by professors from the Department of Mathematics and the Center for Research in Mathematics and Applications (CIMA). Through the CUs "Mathematics Seminar I" and "Mathematics Seminar II" students will be able to deepen some themes of Mathematics, being a way for students to apply the theoretical knowledge acquired during the coursework. Some students may also be scholarship holders in research projects within the scope of CIMA.

4.6. Fundamentação do número total de créditos ECTS do ciclo de estudos

4.6.1. Fundamentação do número total de créditos ECTS e da duração do ciclo de estudos, com base no determinado nos artigos 8.º ou 9.º (1.º ciclo), 18.º (2.º ciclo), 19.º (mestrado integrado) e 31.º (3.º ciclo) do DL-74/2006, na redação dada pelo DL-65/2018:

O critério do total dos ECTS é de 120 de acordo com a lei; os ECTS das diferentes disciplinas foram obtidos usando critérios de atribuição de créditos estabelecidos de acordo com uma metodologia bem descrita pelas instituições de Ensino Superior. Assim, a estrutura geral do ciclo proposto (4 semestres com 120 ECTS) é igual a estrutura dos mestrados na área de Matemática noutras universidades de referência em Portugal (FCUL, UNL, UP, UC).

4.6.1. Justification of the total number of ECTS credits and of the duration of the study programme, based on articles 8 or 9 (1st cycle), 18 (2nd cycle), 19 (integrated master) and 31 (3rd cycle) of DL no. 74/2006, republished by DL no. 65/2018:

The criterion for the total of ECTS is 120 as stipulated by the legal requirement; the ECTS of the different disciplines were obtained using credit attribution criteria established according to a methodology well described by higher education institutions. Thus, the general structure of the proposed cycle (4 semesters with 120 ECTS) is the same as the structure of Masters in Mathematics at other leading universities in Portugal (FCUL, UNL, UP, UC).

4.6.2. Forma como os docentes foram consultados sobre a metodologia de cálculo do número de créditos ECTS das unidades curriculares:

Os docentes participaram e foram responsáveis pela criação das fichas das unidades curriculares e na definição do número de ECTS em função das horas estimadas de trabalho. O cálculo do número ECTS considerou também discussões baseadas na vasta experiência do corpo docente e o feedback dos alunos. Os docentes responsáveis por cada unidade curricular escrevem um relatório de autoavaliação no final do semestre onde devem analisar os resultados dos inquéritos e a adequação do número de ECTS ao esforço despendido pelos alunos. Estes relatórios são também analisados pela comissão de curso e existindo desvios consideráveis a situação é analisada em conjunto com os docentes responsáveis e são propostas alterações. Os conteúdos programáticos e as metodologias de ensino para todas as UC foram elaborados em colaboração com os docentes que lecionam as aulas.

4.6.2. Process used to consult the teaching staff about the methodology for calculating the number of ECTS credits of the curricular units:

Faculty members participated and were responsible for creating the curricular units and defining the number of ECTS based on the estimated hours of work. The calculation of the ECTS also considered discussions based on the vast experience of the faculty and the feedback from students. Faculty members are also responsible in each curricular unit to write a self-assessment report at the end of the semester where they must analyze the results of the surveys and the adequacy of the number of ECTS to the effort made by the students. These reports are also analyzed by the course committee and if there are considerable deviations, the situation is analyzed together with the curricular unit responsible teachers suggesting appropriate adjustments. The syllabus and teaching methodologies for all curricular units were then prepared in collaboration with all faculty members.

4.7. Observações

4.7. Observações:

NA

4.7. Observations:

NA

5. Corpo Docente

5.1. Docente(s) responsável(eis) pela coordenação da implementação do ciclo de estudos.

5.1. Docente(s) responsável(eis) pela coordenação da implementação do ciclo de estudos.

Vladimir Bushenkov, Prof. Associado do Departamento de Matemática, regime de exclusividade - Diretor

Russell Alpizar Jara, Prof. Associado do Departamento de Matemática, regime de exclusividade

Pedro Marques, Prof. Auxiliar do Departamento de Matemática, regime de exclusividade

5.3 Equipa docente do ciclo de estudos (preenchimento automático)

5.3. Equipa docente do ciclo de estudos / Study programme's teaching staff

Nome / Name	Categoria / Category	Grau / Degree	Vínculo/ Link	Especialista / Specialist	Área científica / Scientific Area	Regime de tempo / Employment regime	Informação/ Information
Ana Isabel Gomes Rato da Cruz Mendes Santos	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Ana Maria Amorim Sampaio da Silva	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Doutoramento Europeu em Matemática Aplicada à Economia e Gestão	100	Ficha submetida
Anabela Cristina Cavaco Ferreira Afonso	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Carlos Correia Ramos	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)		Matemática	100	Ficha submetida
Dulce Gamito Santinhos Pereira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Dulce Maria de Oliveira Gomes	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Fátima Maria Filipe Pereira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Feliz Manuel Barrão Minhós	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Fernando Manuel Lucas Carapau	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Gonçalo João Costa Jacinto	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Joaquim Manuel Cunha Correia	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Análise Matemática	100	Ficha submetida

Jorge Manuel Azevedo Santos	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Jorge Maurício Salazar Serrano	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática pura	100	Ficha submetida
Lígia Carla Pinto Henriques Jorge Rodrigues	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Probabilidades e Estatística	100	Ficha submetida
Luís Manuel Balsa Bicho	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Luís Miguel Zorro Bandeira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)		Matemática	100	Ficha submetida
Manuel Baptista Branco	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Maria Clara Canotilho Grácio	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)		Matemática	100	Ficha submetida
Maria Clara da Palma Carlota	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Maria Manuela Melo Oliveira	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Sim	Matemática	100	Ficha submetida
Marília da Conceição Valente Oliveira Pires	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Mihai Vornicescu	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática Aplicada	100	Ficha submetida
Nuno Maria Gonçalves Soares Franco	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Paulo de Jesus Infante dos Santos	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Paulo Manuel de Barros Correia	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Pedro Correia Gonçalves Macias Marques	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática - geometria algébrica	100	Ficha submetida

Rui Pedro Lima Pinto Ribeiro de Albuquerque	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática - Geometria	100	Ficha submetida
Russell Gerardo Alpizar Jara	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática/Estatística /Biomatemática, Mathematics/Statistics /Biomathematics	100	Ficha submetida
Sara Luísa Dimas Fernandes	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Sandra Maria Santos Vinagre	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática	100	Ficha submetida
Vladimir Alekseevitch Bushenkov	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	Não	Matemática Aplicada	100	Ficha submetida
						3100	

<sem resposta>

5.4. Dados quantitativos relativos à equipa docente do ciclo de estudos.

5.4.1. Total de docentes do ciclo de estudos (nº e ETI)

5.4.1.1. Número total de docentes.

31

5.4.1.2. Número total de ETI.

31

5.4.2. Corpo docente próprio – docentes do ciclo de estudos integrados na carreira docente ou de investigação (art.º 3 DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018).

5.4.2. Corpo docente próprio – docentes do ciclo de estudos integrados na carreira docente ou de investigação (art.º 3 DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018).* / "Career teaching staff" – teachers of the study programme integrated in the teaching or research career.*

Vínculo com a IES / Link with HEI	% em relação ao total de ETI / % of the total of FTE	
Docente de Carreira (Art. 3º, alínea k) do DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)	100	100

5.4.3. Corpo docente academicamente qualificado – docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor

5.4.3. Corpo docente academicamente qualificado – docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor* / "Academically qualified teaching staff" – staff holding a PhD*

Corpo docente academicamente qualificado / Academically qualified teaching staff	ETI / FTE	Porcentagem* / Percentage*
Docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor (ETI) / Teaching staff holding a PhD (FTE):	31	100

5.4.4. Corpo docente especializado

5.4.4. Corpo docente especializado / Specialised teaching staff.

Corpo docente especializado / Specialized teaching staff	ETI / FTE	Percentagem* / Percentage*
Doutorados especializados na(s) área(s) fundamental(is) do CE (% total ETI) / PhDs specialised in the fundamental area(s) of the study programme (% total FTE)	31	100
Não doutorados, especializados nas áreas fundamentais do CE (% total ETI) / Staff specialised in the fundamental areas of the study programme not holding PhDs in these areas (% total FTE)	0	0
Não doutorados na(s) área(s) fundamental(is) do CE, com Título de Especialista (DL 206/2009) nesta(s) área(s) (% total ETI) / Specialists not holding a PhD, but with a Specialist Title (DL 206/2009) in the fundamental area(s) of the study programme (% total FTE)	0	0
% do corpo docente especializado na(s) área(s) fundamental(is) (% total ETI)		100
% do corpo docente doutorado especializado na(s) área(s) fundamental(is) (% docentes especializados)		100

5.4.5. Corpo Docente integrado em Unidades de Investigação da Instituição, suas subsidiárias ou polos nela integrados (art.º 29.º DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018)

5.4.5. Corpo Docente integrado em Unidades de Investigação da Instituição, suas subsidiárias ou polos nela integrados (art.º 29.º DL-74/2006, na redação fixada pelo DL-65/2018) / Teaching Staff integrated in Research Units of the Institution, its subsidiaries or integrated centers (article 29, DL no. 74/2006, as written in the DL no. 65/2018)

Descrição	ETI / FTE	Percentagem* / Percentage*
Corpo Docente integrado em Unidades de Investigação da Instituição, suas subsidiárias ou polos nela integrados / Teaching Staff integrated in Research Units of the Institution, its subsidiaries or integrated centers	28	90.322580645161

5.4.6. Estabilidade e dinâmica de formação do corpo docente.

5.4.6. Estabilidade e dinâmica de formação do corpo docente. / Stability and development dynamics of the teaching staff

Estabilidade e dinâmica de formação / Stability and training dynamics	ETI / FTE	Percentagem* / Percentage*
Docentes do ciclo de estudos de carreira com uma ligação à instituição por um período superior a três anos / Career teaching staff of the study programme with a link to the institution for over 3 years	31	100
Docentes do ciclo de estudos inscritos em programas de doutoramento há mais de um ano (ETI) / FTE number of teaching staff registered in PhD programmes for over one year	0	0

Pergunta 5.5. e 5.6.

5.5. Procedimento de avaliação do desempenho do pessoal docente e medidas conducentes à sua permanente atualização e desenvolvimento profissional.

A avaliação recai nas vertentes: i) Ensino; ii) Investigação, Criação Cultural e Artística; iii) Extensão Universitária, Divulgação Científica e Valorização do Conhecimento; e, iv) Gestão Universitária.

A classificação é trienal, com a soma dos pontos obtidos nos indicadores de cada vertente, de acordo com a pontuação de cada indicador, que é do conhecimento do avaliado, e por isso um instrumento de gestão da sua atividade e de melhoria ao longo do período de avaliação.

A avaliação final expressa-se, nas menções qualitativas: excelente, bom, adequado e inadequado. O avaliado faz a autoavaliação, prestando a informação que considere relevante.

Os elementos introduzidos anualmente referem-se à atividade do ano anterior, podendo ser usados, pelas diversas estruturas da UE em que o docente participa, nos seus relatórios de atividades. Este procedimento permite planear a atividade dos anos seguintes, sendo um instrumento de avaliação e melhoria no seu exercício.

5.5. Procedures for the assessment of the teaching staff performance and measures for their permanent updating and professional development.

The assessment falls in strands: i) education; II) research, Cultural and artistic Creation; III) University extension, scientific dissemination and enhancement of knowledge; and, iv) University management. The ranking is three years, with the sum of the points obtained in each instance according to the score of each indicator, which is the knowledge of the evaluated, and therefore an instrument of your management and improvement activity throughout the evaluation period. The final evaluation is expressed in qualitative terms: excellent, good, appropriate and inappropriate. The evaluated makes self-assessment by providing the information they consider relevant. The elements introduced annually refer to the previous year's activity, and may be used, the different EU structures in

which the teacher participates in its activity reports. This procedure allows planning the activity of the following years, being an instrument of evaluation and improvement in your exercise.

5.6. Observações:

O Regulamento de Avaliação de Desempenho dos Docentes da Universidade de Évora foi publicado através do despacho nº 6052/2017, de 7 de julho (Diário da República nº 130, 2ª Série).

5.6. Observations:

The Regulation of Performance Evaluation of Teachers of the University of Évora was published through the Order nº 6052/2017, in the Diário da República nº 130, 2ª Series on 7 July.

6. Pessoal Não Docente

6.1. Número e regime de tempo do pessoal não-docente afeto à leção do ciclo de estudos.

- *Escola de Ciências e Tecnologia - 1 Secretário que coordena todo processo administrativo da Escola; 1 funcionária a tempo integral no secretariado do Departamento de Matemática.*
- *Serviços Académicos: - para além da estrutura implementada de suporte aos alunos em todos os domínios do apoio do seu processo académico têm à disposição um gestor académico afecto ao curso.*
- *Serviços de Informática: - apoio dos serviços de informática para instalação de software; gestão de acessos a todas as plataformas da UÉvora (Tempo integral).*
- *Outros serviços com funcionários disponíveis, tais como: - 1 funcionário do Gabinete de apoio ao Estudante (tempo parcial); 1 funcionário do Gabinete de Empreendedorismo e Transferência do Conhecimento (tempo parcial); 1 funcionário dos serviços de ação social (tempo parcial).*

6.1. Number and work regime of the non-academic staff allocated to the study programme.

- *School of Science and Technology - 1 Secretary who coordinates the entire administrative process of the School; 1 full-time employee in the secretariat of the Mathematics Department.*
- *Academic Services: - in addition to the implemented support structure for students in all areas of support for their academic process, an academic manager assigned to the course is available.*
- *Computer Services: - support of computer services for software installation; access management to all UÉvora platforms (full time).*
- *Other services with available employees, such as: - 1 employee from the Student Support Office (part-time); 1 employee of the Entrepreneurship and Knowledge Transfer Office (part-time); 1 employee of social work services (part-time).*

6.2. Qualificação do pessoal não docente de apoio à leção do ciclo de estudos.

- *Escola de Ciências e Tecnologia: - 1 funcionário Licenciado em Gestão; 1 funcionária 12.º Ano*
- *Serviços Académicos: - 1 Gestor académico com Licenciatura*
- *Serviços de Informática: - Funcionários Licenciados e Mestres nos domínios da Engenharia Informática*
- *Outros serviços com funcionários disponíveis: - Constituído por técnicos superiores com formação pós-graduada.*

6.2. Qualification of the non-academic staff supporting the study programme.

- *School of Science and Technology: - 1 employee with a degree in Management; 1 with secondary school education.*
- *Academic Services: - 1 Academic Manager with Degree*
- *Computer Services: - Licensed and Master's employees in the fields of Computer Engineering*
- *Other services with available employees: - Consisting of senior technicians with postgraduate training.*

6.3. Procedimento de avaliação do pessoal não-docente e medidas conducentes à sua permanente atualização e desenvolvimento profissional.

Os procedimentos de avaliação são de acordo com os estabelecidos pelo SIADAP (Sistema Integrado de Gestão e Avaliação do Desempenho na Administração Pública). A gestão, formação e avaliação dos recursos humanos é da responsabilidade do Administrador da Universidade a quem compete fazer a melhor distribuição dos recursos para a concretização dos resultados definidos pela Reitoria nas áreas de missão. Estes resultados também dependem das competências instaladas e adquiridas pelos trabalhadores, as quais podem ser obtidas pela formação interna oferecida pela Divisão de Recursos Humanos, cabendo a esta Divisão propor ao Administrador anualmente um plano de formação, com base nas necessidades de formação transmitidas pelas unidades orgânicas/serviços.

6.3. Assessment procedures of the non-academic staff and measures for its permanent updating and personal development

Assessment procedures are in accordance with those established by SIADAP (Integrated Management System and Performance Evaluation in Public Administration).

The management, training and evaluation of human resources is the responsibility of the University Administrator who is responsible for making the best distribution of resources for the achievement of the results defined by the Rectory in the areas of mission. These results also depend on the skills installed and acquired by the workers, which can be obtained through the internal training provided by the Human Resources Division, and this Division is responsible for proposing to the Administrator a training plan annually, based on the training needs transmitted by the organic units/ services.

7. Instalações e equipamentos

7.1. Instalações físicas afetas e/ou utilizadas pelo ciclo de estudos (espaços letivos, bibliotecas, laboratórios, salas de computadores, etc.):

O modelo de estrutura em Unidades Orgânicas da Universidade de Évora implica que não existam salas de aula afetas exclusivamente a um determinado curso. A Universidade de Évora dispõe de salas de aulas, anfiteatros, laboratórios de computadores (2 no CLAV e 2 no CES), biblioteca central da Universidade e biblioteca da Escola de Ciências e Tecnologia, reprografias e salas de estudo abertas para estudantes, com horários muito alargados.

7.1. Facilities used by the study programme (lecturing spaces, libraries, laboratories, computer rooms, ...):

The structure model in Organic Units at the University of Évora implies that there are no classrooms exclusively dedicated to a specific course. The University of Évora has classrooms, amphitheatres, computer labs (2 at CLAV and 2 at CES), central library of the University and library of the School of Science and Technology, reprographies and study rooms open to students, with very extended hours.

7.2. Principais equipamentos e materiais afetos e/ou utilizados pelo ciclo de estudos (equipamentos didáticos e científicos, materiais e TIC):

As salas de aulas estão equipadas com projetores fixos, existindo nas duas escolas um elevado número de outros equipamentos didáticos. Existe acesso a revistas especializadas e a software especializado. Tanto a biblioteca central da UÉ como a biblioteca da Escola de Ciências e Tecnologia possuem um número adequado de livros nas áreas do curso.

7.2. Main equipment or materials used by the study programme (didactic and scientific equipment, materials, and ICTs):

The classrooms are equipped with fixed projectors, with a high number of other teaching equipment in both schools. There is access to specialized magazines and specialized software. Both the central library of UÉ and the library of the School of Science and Technology have an adequate number of books in the areas of the course.

8. Atividades de investigação e desenvolvimento e/ou de formação avançada e desenvolvimento profissional de alto nível.

Pergunta 8.1. a 8.4.

8.1. Unidade(s) de investigação, no ramo de conhecimento ou especialidade do ciclo de estudos, em que os docentes desenvolvem a sua atividade científica.

<http://www.a3es.pt/si/iportal.php/cv/research-centers/formId/8d32739e-c3d5-d608-d613-6151edd92def>

8.2. Mapa-resumo de publicações científicas do corpo docente do ciclo de estudos, em revistas de circulação internacional com revisão por pares, livros ou capítulos de livro, relevantes para o ciclo de estudos, nos últimos 5 anos.

<http://www.a3es.pt/si/iportal.php/cv/scientific-publication/formId/8d32739e-c3d5-d608-d613-6151edd92def>

8.3. Mapa-resumo de atividades de desenvolvimento de natureza profissional de alto nível (atividades de desenvolvimento tecnológico, prestação de serviços ou formação avançada) ou estudos artísticos, relevantes para o ciclo de estudos:

<http://www.a3es.pt/si/iportal.php/cv/high-level-activities/formId/8d32739e-c3d5-d608-d613-6151edd92def>

8.4. Lista dos principais projetos e/ou parcerias nacionais e internacionais em que se integram as atividades científicas, tecnológicas, culturais e artísticas desenvolvidas na área do ciclo de estudos.

A participação de docentes do ciclo de estudos em vários projetos, potencia melhorias no processo de ensino/aprendizagem nas unidades curriculares com maior aplicação e perspetivas de internacionalização:

- *Melhoria da produtividade da fileira dos bovinos de carne (GoBov Mais). Portugal 2020. 51.725,00 €*
- *Modelação e predição de acidentes de viação no distrito de Setúbal (MOPPREVIS). FCT. 299 986.25 €*
- *SNS24. Scout.AI FCT. 239.320,50€ CILIFO. Centro Ibérico de Investigação e Combate aos Incêndios Florestais", financiado pelo programa EP -- INTERREG V A España Portugal (POCTEP), 1.189 996 €.*
- *Dos sintomas ao diagnóstico de Tuberculose em contexto urbano, considerando fatores individuais e contextuais. Quais são os pontos críticos desta demora? (POCI-01-0145-FEDER-031346). FCT: 22860,00€*
- *Understanding tuberculosis diagnosis delays in Urban centers in Western Europe, in a social determinants framework.*

- DeDiLHaR "Diffusive-Dispersive Limit of Hyperbolic Conservation Laws", FCT/CNRS PICS2018 n.8262 (2019-2021)
- Centro Ibérico para la Investigación y Lucha contra Incendios Forestales (0753_CILIFO_5_E): 24666660.00€
- Oxidase alternativa - uma ferramenta para aumentar a biomassa produtiva sob estresse de temperatura e inundação. FCT
- Nanotecnologia aplicada à Química dos Biopolímeros no Desenvolvimento de Produtos para a Saúde Animal (ALT20-03-0247-FEDER-033578): 1423894.66 €; FEDER - 1053201.54 €
- TETRIS: Technology Transfer Innovation Skills in Latin America, 618597-EPP-1-2020-1-PT-EPPKA2-CBHE-JP, Reforçar a Investigação, o desenvolvimento tecnológico e a inovação, Comissão Europeia - 993761 €
- Models and decision Support tools for integrated Forest policy development under global change and associated Risk and Uncertainty Deep Observations of the Northern disc of M31.
- MODFIRE - "Integração do comportamento do fogo no planeamento da gestão florestal com multiobjectivos" (PCIF/MOS/0217/2017). FCT: 307978.75€
- BIOECOSYS - "Métodos de decisão em gestão de ecossistemas florestais: uma aproximação bioeconómica integrada para a sustentabilidade" (POCI-01-0145-FEDER-030391). FCT: 113866.09€, FEDER: 120138.25 €
- Enabling Green E-science for SKA (POCI-01-0145-FEDER-022217).

8.4. List of main projects and/or national and international partnerships underpinning the scientific, technologic, cultural and artistic activities developed in the area of the study programme.

The participation of teachers from the study cycle in various projects, enhances improvements in the teaching / learning process in the curricular units with the greatest application and internalization perspectives.

- Improved productivity of the beef cattle sector (GoBov Mais). Portugal 2020. € 51,725.00
- Modeling and prediction of road accidents in the district of Setúbal (MOPPREVIS). FCT. € 299 986.25
- SNS24. Scout.AI FCT. € 239,320.50
- CILIFO. Iberian Center for Investigation and Fighting Forest Fires ", financed by the EP - INTERREG V A España Portugal (POCTEP) program, 1,189,996 €.
- From symptoms to the diagnosis of Tuberculosis in an urban context, considering individual and contextual factors. What are the critical points of this delay? (POCI-01-0145-FEDER-031346). FCT: 22860,00 €
- Understanding tuberculosis diagnosis delays in Urban centers in Western Europe, in a social determinants framework.
- DeDiLHaR "Diffusive-Dispersive Limit of Hyperbolic Conservation Laws", FCT / CNRS PICS2018 n.8262 (2019-2021)
- Iberian Center for Research and Lucha against Incendios Forestales (0753_CILIFO_5_E): 24666660.00 €
- Alternative oxidase - a tool to increase productive biomass under temperature and flood stress. FCT
- Nanotechnology applied to Chemistry of Biopolymers in the Development of Products for Anima Health (ALT20-03-0247-FEDER-033578), 1423894.66 €; FEDER - 1053201.54 €
- TETRIS: Technology Transfer Innovation Skills in Latin America, 618597-EPP-1-2020-1-PT-EPPKA2-CBHE-JP, European Comission - 993761 €
- Models and decision Support tools for integrated Forest policy development under global change and associated Risk and Uncertainty Deep Observations of the Northern disc of M31.
- MODFIRE "Integration of fire behavior in multi-objective forest management planning" (PCIF / MOS / 0217/2017). FCT: 307978.75 €
- BIOECOSYS - "Decision-making methods in forest ecosystem management: an integrated bioeconomic approach to sustainability" (POCI-01-0145-FEDER-030391). FCT: 113866.09 €, FEDER: 120138.25 €
- Enabling Green E-science for SKA (POCI-01-0145-FEDER-022217).

9. Enquadramento na rede de formação nacional da área (ensino superior público)

9.1. Avaliação da empregabilidade dos graduados por ciclo de estudos similares com base em dados oficiais:

Os dados do Infocursos (<https://infocursos.mec.pt/>) comparam os diplomados entre 2016 e 2019 com os desempregados registados no IEFP em 2020. Verifica-se que a área de formação onde se insere a Matemática regista 1,6% de desempregados, sendo a média nacional de 4,6%. Estes dados oficiais são claros no que diz respeito à procura por parte dos empregadores dos alunos formados na área da matemática devido à sua versatilidade da formação, a capacidade de raciocínio analítico, a capacidade de representar, modelar e analisar quantitativamente fenómenos ou estruturas. Os formados neste mestrado serão profissionais de sucesso em instituições públicas ou privadas, entre os quais se poderão destacar a banca, os seguros, as telecomunicações, a consultoria financeira, a informática e a engenharia. Alguns alunos prosseguem com grande sucesso estudos de Doutoramento, optando pela carreira académica e de investigação científica.

9.1. Evaluation of the employability of graduates by similar study programmes, based on official data:

Data from Infocursos (<https://infocursos.mec.pt/>) compares graduates between 2016 and 2019 with unemployed people registered in the IEFP in 2020. The training area where Mathematics is inserted registers 1.6% of unemployed, the national average being 4.6%. These official data are clear with regard to the demand by employers of students trained in the field of Mathematics due to their versatility of training, analytical reasoning ability, ability to represent, model and quantitatively analyze phenomena or structures. Graduates of this master's degree will be successful professionals in public or private institutions, including banking, insurance, telecommunications, financial consulting, information technology and engineering. Some

students are successfully pursuing their PhD studies, opting for an academic and scientific research career.

9.2. Avaliação da capacidade de atrair estudantes baseada nos dados de acesso (DGES):

No ano letivo 2021/2022, os seguintes cursos de Mestrado na área de Matemática foram abertas nas Universidades portuguesas:

- *Mestrado em Matemática, FCUL, Lisboa*
<https://fenix.ciencias.ulisboa.pt/degrees/matematica-564500436615368>
 - *Matemática Aplicada e Computação, IST, Lisboa*
<https://tecnico.ulisboa.pt/pt/ensino/cursos/mestrados/matematica-aplicada-e-computacao/>
 - *Mestrado em Matemática Aplicada, UNova Lisboa*
<https://www.fct.unl.pt/ensino/curso/mestrado-em-matematica-e-aplicacoes>
 - *Mestrado em Matemática, UCoimbra*
<https://apps.uc.pt/courses/pt/course/336>
 - *Mestrado em Matemática, UPorto:*
https://sigarra.up.pt/fcup/pt/cur_geral.cur_view?pv_ano_lectivo=2021&pv_curso_id=878
- Este facto prova a existência da procura significativa dos segundos ciclos em Matemática.*

9.2. Evaluation of the capability to attract students based on access data (DGES):

In the academic year 2021/2022, the following Master's courses in Mathematics were opened in Portuguese Universities:

- *Mestrado em Matemática, FCUL, Lisboa*
<https://fenix.ciencias.ulisboa.pt/degrees/matematica-564500436615368>
 - *Matemática Aplicada e Computação, IST, Lisboa*
<https://tecnico.ulisboa.pt/pt/ensino/cursos/mestrados/matematica-aplicada-e-computacao/>
 - *Mestrado em Matemática Aplicada, UNova Lisboa*
<https://www.fct.unl.pt/ensino/curso/mestrado-em-matematica-e-aplicacoes>
 - *Mestrado em Matemática, UCoimbra*
<https://apps.uc.pt/courses/pt/course/336>
 - *Mestrado em Matemática, UPorto:*
https://sigarra.up.pt/fcup/pt/cur_geral.cur_view?pv_ano_lectivo=2021&pv_curso_id=878
- This fact proves the existence of a significant demand for second cycles in Mathematics.*

9.3. Lista de eventuais parcerias com outras instituições da região que lecionam ciclos de estudos similares:

- *Departamento de Matemática da Universidade de Extremadura (Espanha)*
- *Máster Universitario en Investigación (MUI) en Ciencias - Matemáticas*

9.3. List of eventual partnerships with other institutions in the region teaching similar study programmes:

- *Mathematics Department of the University of Extremadura (Spain)*
- *Máster Universitario en Investigación (MUI) en Ciencias - Matemáticas*

10. Comparação com ciclos de estudos de referência no espaço europeu

10.1. Exemplos de ciclos de estudos existentes em instituições de referência do Espaço Europeu de Ensino Superior com duração e estrutura semelhantes à proposta:

- *University of Cambridge, Master of Mathematics / Master of Advanced Study*
- *University of Oxford, MSc in Mathematical Sciences*
- *Imperial College London, MSc Pure Mathematics*
- *ETH Zurich, Master Mathematics and Applied Mathematics*
- *KU Leuven, Master of Mathematics*
- *University of Amsterdam, MSc Mathematics*
- *Freie Universität Berlin, Master's programme in Mathematics*
- *Université de Paris, Master mathématiques et applications*
- *Universidad Complutense de Madrid, Máster en Matemáticas Avanzadas*
- *Universitat de Barcelona, Màster de Matemàtica Avançada*
- *Università di Bologna, Laurea Magistrale in Matematica*

10.1. Examples of study programmes with similar duration and structure offered by reference institutions in the European Higher Education Area:

- *University of Cambridge, Master of Mathematics / Master of Advanced Study*
- *University of Oxford, MSc in Mathematical Sciences*
- *Imperial College London, MSc Pure Mathematics*
- *ETH Zurich, Master Mathematics and Applied Mathematics*
- *KU Leuven, Master of Mathematics*
- *University of Amsterdam, MSc Mathematics*
- *Freie Universität Berlin, Master's programme in Mathematics*

- *Université de Paris, Master mathématiques et applications*
- *Universidad Complutense de Madrid, Máster en Matemáticas Avanzadas*
- *Universitat de Barcelona, Màster de Matemàtica Avançada*
- *Università di Bologna, Laurea Magistrale in Matematica*

10.2. Comparação com objetivos de aprendizagem de ciclos de estudos análogos existentes em instituições de referência do Espaço Europeu de Ensino Superior:

Todos os exemplos mencionados no ponto 10.1 têm, tal como na presente proposta, uma estrutura assente numa grande diversidade de disciplinas avançadas de Matemática, entre as quais os alunos escolhem o seu percurso. Nalguns casos os alunos optam por uma área de especialização, escolhendo depois disciplinas dentro dessa área, mas a maioria está organizada como ramo único, dando grande liberdade de escolha aos estudantes. A presente proposta também converge com os mestrados dados como exemplo no objetivo de proporcionar aos estudantes uma formação próxima das áreas de investigação mais ativas em Matemática, seja fundamental, ou aplicada.

10.2. Comparison with the intended learning outcomes of similar study programmes offered by reference institutions in the European Higher Education Area:

All examples mentioned in 10.1 have, as in the present proposal, a structure that is based on a great diversity of advanced subjects in Mathematics, from which students draw their academic path. In some cases, students choose a specialization area, and then subjects within that area, but in most examples there is a unique branch, giving great liberty for students to make their choices. Another similarity between this proposal and the master programmes in the examples above is the objective of putting students in contact with the most active areas of research in both fundamental and applied Mathematics.

11. Estágios e/ou Formação em Serviço

11.1. e 11.2 Estágios e/ou Formação em Serviço

Mapa VII - Protocolos de Cooperação

Mapa VII - Protocolos de Cooperação

11.1.1. Entidade onde os estudantes completam a sua formação:
<sem resposta>

11.1.2. Protocolo (PDF, máx. 150kB):
<sem resposta>

11.2. Plano de distribuição dos estudantes

11.2. Plano de distribuição dos estudantes pelos locais de estágio e/ou formação em serviço demonstrando a adequação dos recursos disponíveis.(PDF, máx. 100kB).
<sem resposta>

11.3. Recursos próprios da Instituição para acompanhamento efetivo dos seus estudantes nos estágios e/ou formação em serviço.

11.3. Recursos próprios da Instituição para o acompanhamento efetivo dos seus estudantes nos estágios e/ou formação em serviço:
<sem resposta>

11.3. Institution's own resources to effectively follow its students during the in-service training periods:
<no answer>

11.4. Orientadores cooperantes

11.4.1. Mecanismos de avaliação e seleção dos orientadores cooperantes de estágio e/ou formação em serviço, negociados entre a instituição de ensino superior e as instituições de estágio e/ou formação em serviço (PDF, máx. 100kB).

11.4.1 Mecanismos de avaliação e seleção dos orientadores cooperantes de estágio e/ou formação em serviço, negociados entre a instituição de ensino superior e as instituições de estágio e/ou formação em serviço (PDF, máx. 100kB).

<sem resposta>

11.4.2. Orientadores cooperantes de estágio e/ou formação em serviço (obrigatório para ciclo de estudos com estágio obrigatório por lei)

11.4.2. Mapa X. Orientadores cooperantes de estágio e/ou formação em serviço (obrigatório para ciclo de estudos com estágio obrigatório por Lei) / External supervisors responsible for following the students' activities (mandatory for study programmes with in-service training mandatory by law)

Nome / Name	Instituição ou estabelecimento a que pertence / Institution	Categoria Profissional / Professional Title	Habilitação Profissional (1)/ Professional qualifications (1)	Nº de anos de serviço / Nº of working years
----------------	--	--	--	--

<sem resposta>

12. Análise SWOT do ciclo de estudos

12.1. Pontos fortes:

- A longa tradição e qualidade da formação inicial em matemática na Universidade de Évora numa fileira integrada de licenciatura, mestrado e doutoramento, a única formação matemática no Sul do país.
- A oferta de um leque variado de áreas da matemática que os alunos poderão explorar, que reflecte a riqueza e diversidade de áreas de investigação presentes no Departamento de Matemática.
- A existência de um corpo docente altamente qualificado, adequadamente dimensionado, com elevada produtividade científica.
- A existência do CIMA, centro financiado pela FCT, com a classificação de Muito Bom, em cujas actividades científicas os alunos do mestrado podem ser naturalmente envolvidos.
- A elevada empregabilidade dos matemáticos graduados pela Universidade de Évora, traduzindo as necessidades do mercado de trabalho e o reconhecimento por este da competência dos seus graduados.
- A forte ligação do Departamento de Matemática à atividade docente e empresarial e o seu relevante papel no desenvolvimento da região.
- A articulação do plano curricular proposto com o de outras formações e os custos marginais extremamente reduzidos do seu funcionamento.

12.1. Strengths:

- The long tradition and quality of initial training in mathematics at the University of Évora in an integrated line of bachelor, masters and doctoral degrees, the only mathematical training in the south of the country.
- The offer of a wide range of areas of mathematics that students can explore, which reflects the richness and diversity of research areas present in the Department of Mathematics.
- The existence of a highly qualified faculty, adequately dimensioned, with high scientific productivity.
- The existence of CIMA, a center financed by the FCT, with the classification of Very Good, in whose scientific activities Master's students can naturally be involved.
- The high employability of mathematicians graduated from the University of Évora, reflecting the needs of the job market and the recognition of the competence of its graduates.
- The strong connection of the Department of Mathematics to teaching and business activities and its relevant role in the development of the region.
- The articulation of the proposed curricular plan with that of other trainings and the extremely low marginal costs of its operation.

12.2. Pontos fracos:

Cursos de 1.º e 2.º ciclo em Matemática (não aplicada) deixaram de funcionar por vários anos na Universidade de Évora. A não existência desta formação na região Sul do país desmotivou estudantes e as suas famílias a considerá-la, ou que, em alternativa, os alunos interessados tivessem que se deslocar para outras regiões do país. Será necessário um esforço de divulgação junto dos alunos e das universidades.

12.2. Weaknesses:

Programs for 1st and 2nd cycle in Mathematics (not applied) were not offered for several years at the University of Évora. The non-existence of this training in the southern region of the country led students and their families to disregard this training, or alternatively, interested students had to move to other regions of the country. It will be necessary to make an effort to disseminate information to students and universities.

12.3. Oportunidades:

- Sendo este um curso que confere uma elevada empregabilidade, uma boa divulgação do curso a este nível poderá, no contexto nacional em que nos encontramos, atrair mais alunos, nomeadamente licenciados na actual licenciatura de Matemática Aplicada à Economia e Gestão e na futura licenciatura em Matemática da Universidade de Évora.

- A notória atração por parte dos estudantes dos PALOP para efetuarem uma boa formação em Matemática que tem uma longa tradição, motivada pelo interesse crescente destes alunos em prosseguir para o 3.º ciclo em Matemática. Alguns alunos que se candidatam ao 3.º ciclo em Matemática da Universidade de Évora não são aceites por não terem formação anterior suficiente, falha que poderia ser colmatada pela realização de um 2.º ciclo.

12.3. Opportunities:

- Since this is a course that provides high employability, a good divulgation of the study cycle may attract more students, namely graduates in the current 1st cycle in Mathematics Applied to Economics and Management and in the future 1st cycle in Mathematics at the University of Évora..

- The notorious attraction on the part of PALOP students to carry out a good training in Mathematics that has a long tradition, motivated by their interest in pursuing 3rd cycle PhD studies in Mathematics at the University of Évora. Some applicants to the 3rd cycle at our university are not accepted because their background is not enough, and this could be tackled by enrolling them in the 2nd cycle.

12.4. Constrangimentos:

- A limitada oferta de residências universitárias, os elevados preços dos alojamentos privados e a falta de uma política de apoio, por parte do Estado, aos estudantes deslocados é um grave impedimento à candidatura de estudantes.

- A escassez de bolsas de mestrado, aliada à necessidade de garantir um rendimento para as famílias e a propinas mais elevadas, desmotiva um número significativo de estudantes a ingressar no 2.º ciclo.

12.4. Threats:

- The limited supply of university residences, the high prices of private accommodation and the lack of a policy of support, on the part of the state, for displaced students is a serious impediment to the application of students.

- The scarcity of master fellowships, and the need of many families of guaranteeing a regular income, along with high university taxes discourages a significant number of students to apply to a 2nd cycle.

12.5. Conclusões:

A criação deste novo ciclo de estudos permitirá responder à carência dos especialistas em Matemática, nomeadamente no que diz respeito às necessidades crescentes das empresas e outras organizações em acolher os mais recentes avanços tecnológicos e os que se esperam no futuro próximo, criar uma sólida base para preparação dos alunos para o 3º ciclo em Matemática e a sua inicialização em carreira de investigação.

12.5. Conclusions:

The creation of this new cycle of studies will make it possible to respond to the lack of specialists in Mathematics, particularly with regard to the growing needs of companies and other organizations to welcome the latest technological advances and those expected in the near future, to create a solid basis for preparing students for the 3rd cycle in Mathematics and their initiation into a research career.